

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, dark blue font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white arrow pointing to the left, creating a sense of motion or direction.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

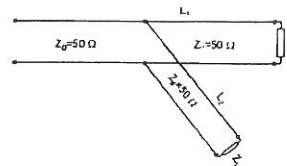
---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

## Transmisión y Propagación de Ondas I

### Problema 1 Junio 2010

Se desea analizar la utilización del siguiente circuito para la adaptación de impedancias. La impedancia característica de todas las líneas de transmisión es la misma y ambas líneas de transmisión ( $l_1$  y  $l_2$ ) están terminadas con la misma impedancia característica.

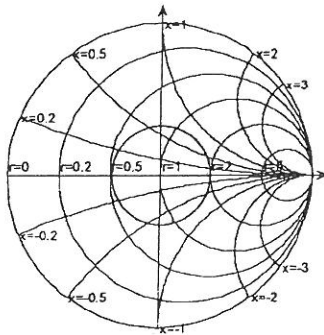


1.- Si la longitud de ambas ramas ( $l_1$  y  $l_2$ ) es la misma ( $l_1 = l_2 = l$ ) determine el conjunto de impedancias que se puede adaptar con este circuito modificando la longitud de las ramas ( $l$ ). Especifique el valor (conjunto de valores) de  $Z_L$  que se pueden adaptar cuando  $l_1 = l_2 = \frac{\lambda}{8}$

Como ambas ramas terminan en la misma impedancia y tiene la misma longitud, la impedancia que presentan en la unión es la misma. Como están en paralelo, la impedancia que deben presentar para que haya adaptación de impedancias es

$$Z_1 = Z_2 = 2Z_L$$

Así pues, la circunferencia de la figura representan todas las impedancias  $Z_L$  que se pueden adaptar con esta configuración

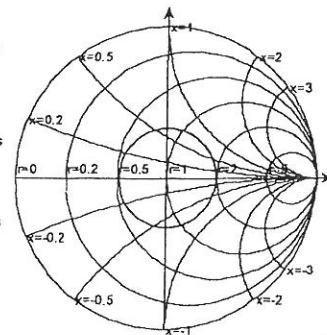


2.- Repita el apartado anterior si las ramas ( $l_1$  y  $l_2$ ) están en serie.

Como ambas ramas terminan en la misma impedancia y tiene la misma longitud, la impedancia que presentan en la unión es la misma. Como están en paralelo, la impedancia que deben presentar para que haya adaptación de impedancias es

$$Z_1 = Z_2 = \frac{Z_0}{2}$$

Así pues, la circunferencia de la figura representan todas las impedancias  $Z_L$  que se pueden adaptar con esta configuración que son las mismas que en el apartado anterior



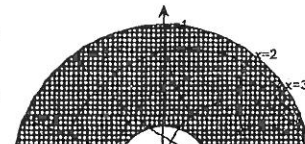
3.- Demuestre que dos impedancias conjugadas  $Z_R = Z_A^*$  se representan en el diagrama de Smith sobre la misma circunferencia de módulo de coeficiente de reflexión constante.

Es fácil comprobar que  $(Z_R, Z_A)$  presentan el mismo módulo de coeficiente de reflexión

$$Z_A = R + jX \Rightarrow \rho_A = \frac{R + jX - Z_0}{R + jX + Z_0} \Rightarrow |\rho_A| = \frac{\sqrt{(R - Z_0)^2 + X^2}}{\sqrt{(R + Z_0)^2 + X^2}}$$

4.- Si la longitud de ambas ramas ( $l_1$  y  $l_2$ ) puede ser distinta y ambas ramas vuelven a estar en paralelo, determine el conjunto de impedancias que se puede adaptar con este circuito modificando la longitud de las ramas ( $l_1$  y  $l_2$ )

Como ambas ramas terminan en la misma impedancia, al comienzo de cada rama vamos a estar sobre la misma circunferencia de módulo de coeficiente de reflexión. Pero



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

La zona oscura de la figura anterior representa las impedancias que se pueden adaptar

5.- Utilizando el circuito anterior encuentre la red de adaptación que permite adaptar la impedancia  $Z_L = 150 \Omega$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

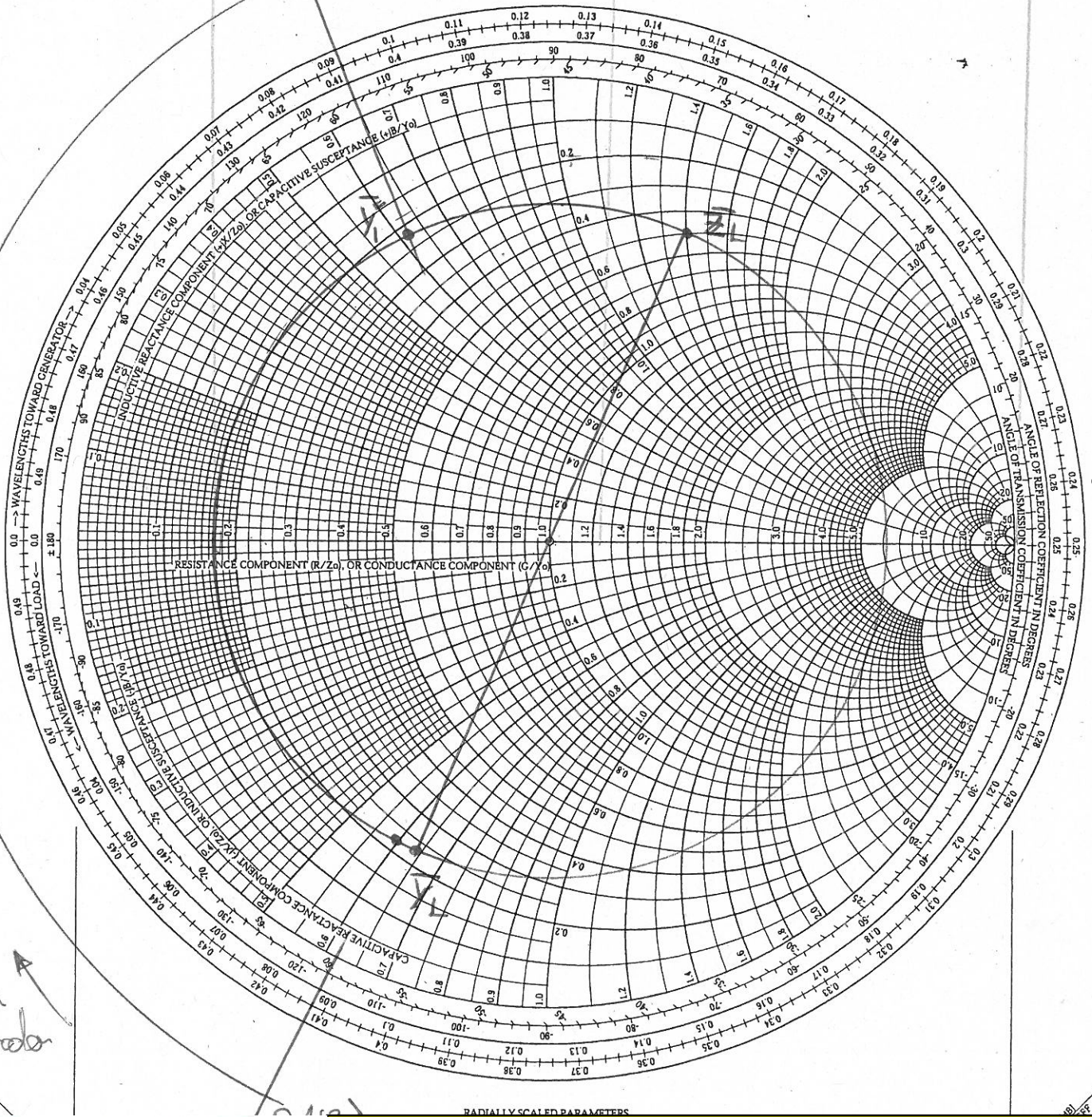
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



# The Complete Smith Chart

## Black Magic Design



hacia generador

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background that includes a white arrow pointing to the right, and a white horizontal bar with a blue shadow underneath.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

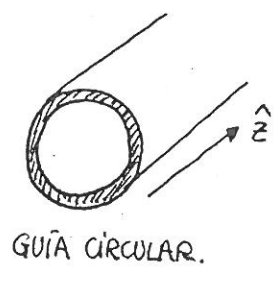
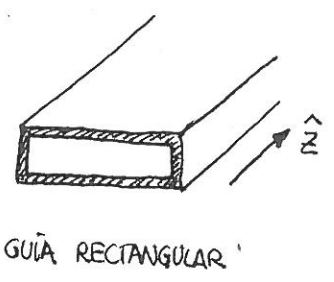
**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

# TEMA 3: Guías de onda:

## 1.- INTRODUCCIÓN:

Sirven para transmitir información de un punto a otro del espacio sin que exista radiación.

Vamos a estudiar dos tipos de guías:



No confundir con las líneas de transmisión

NOTA: Al resolver las ecuaciones de Maxwell en el interior de las guías se obtienen campos de esta forma:

$$\vec{E} = \vec{E}_t + \vec{E}_z$$

transversal longitudinal

$$\vec{E} = E_x \hat{x} + E_y \hat{y} + E_z \hat{z}$$

En cartesianas:

$$\vec{E} = E_\rho \hat{\rho} + E_\phi \hat{\phi} + E_z \hat{z}$$

En cilíndricas:

$$\vec{H} = \vec{H}_t + \vec{H}_z$$

En cartesianas:

$$\vec{H} = H_x \hat{x} + H_y \hat{y} + H_z \hat{z}$$

En cilíndricas:

$$\vec{H} = H_\rho \hat{\rho} + H_\phi \hat{\phi} + H_z \hat{z}$$

Así clasificamos todas las soluciones posibles en cuatro grupos o modos:

- Modo TEM (Transversal electromagnético):  $E_z = 0 = H_z$   
Se propagan en el espacio libre o en las líneas de trx, pero no en las guías.



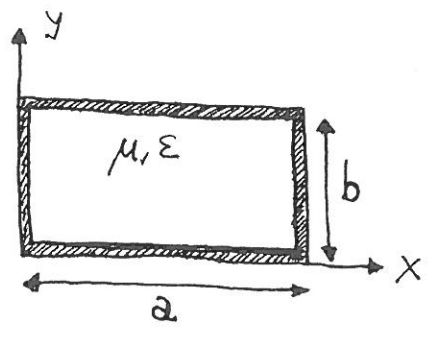
**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE**  
**LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS**  
**CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70**

## 2.- ESTUDIO DE GUÍAS:

### 2.1- GUÍA RECTANGULAR:



#### ● Modos TM: ( $H_z = 0$ )

Se resuelve la siguiente ecuación de onda, y la siguiente condición de contorno: (Helmholtz)

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + (\beta_c^2 - \beta^2) E_z = 0 \quad \text{y} \quad E_z \Big|_{\text{conductores}} = 0$$

Haciéndolo obtenemos:

#### Modos de propagación: Modos TM

$$E_z = E_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta_s z}$$

$$E_0 = A_{mn} \quad \beta_s = \beta$$

$$H_z = 0$$

$$E_x = -\frac{j\beta_s}{\beta_c^2} \frac{m\pi}{a} E_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta_s z}$$

$$\beta_c = k_c$$

$$E_y = -\frac{j\beta_s}{\beta_c^2} \frac{n\pi}{b} E_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta_s z}$$

$$H_x = \frac{j\omega\epsilon}{\beta_c^2} \frac{n\pi}{b} E_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta_s z}$$

\* Nota

Modos TM empiezan en el  $TM_{11}$

$$\vec{E}_t = E_x \hat{x} + E_y \hat{y}$$

$$\vec{H}_t = H_x \hat{x} + H_y \hat{y}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



● MODOS TE: ( $E_z=0$ )

Se resuelve la siguiente ecuación de onda, y la siguiente condición de contorno:

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + (\beta_0^2 + \gamma^2) \cdot H_z = 0 \quad \text{y} \quad \left. \frac{\partial H_z}{\partial n} \right|_{\text{conductora}} = 0$$

• n es la fórmula  $\frac{\partial H_z}{\partial n}$  en la dirección normal al conductor en cuestión.

Haciéndolo obtenemos:

Modos de propagación: Modos TE

$$E_z = 0$$

$$H_z = H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta_g z} \quad H_0 = B_{mn} \quad \beta_g = \beta$$

$$E_x = \frac{j\omega\mu}{\beta_c^2} \frac{n\pi}{b} H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \text{sen}\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta_g z} \quad \beta_c = k_c$$

$$E_y = -\frac{j\omega\mu}{\beta_c^2} \frac{m\pi}{a} H_0 \text{sen}\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta_g z}$$

$$H_x = \frac{j\beta_g}{\beta_c^2} \frac{m\pi}{a} H_0 \text{sen}\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta_g z}$$

$$H_y = \frac{j\beta_g}{\beta_c^2} \frac{n\pi}{b} H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \text{sen}\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta_g z}$$

$$\vec{E}_t = E_x \hat{x} + E_y \hat{y}$$

$$\vec{H}_t = H_x \hat{x} + H_y \hat{y}$$

Campos asociados al modo  $TE_{m,n}$  con:  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$   $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  NO VÁLIDO A LA VEZ  $m=0$  y  $n=0$ .

\* Nota



• el 1er modo de la guía rectangular es el  $TE_{1,0}$  (si  $a > b$ )



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



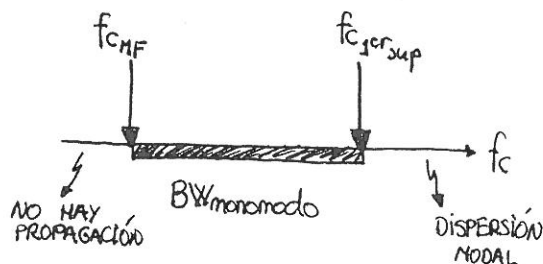




COMENTARIOS IMPORTANTES:

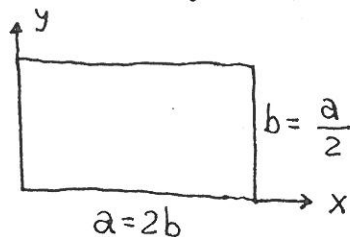
- ANCHO DE BANDA MONOMODO  $\equiv$  Margen de frecuencias en las que sólo se propaga el modo fundamental. (ES EL OBJETIVO)

$$BW_{\text{monomodo}} = f_{c_{\text{jer sup}}} - f_{c_{\text{MF}}}$$

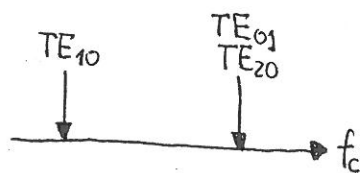


- Si  $f > f_c \Rightarrow$  El modo se propaga. ( $\gamma = j\beta g$ )
- Si  $f < f_c \Rightarrow$  " " NO se propaga o está al corte ( $\gamma = \alpha$ ). SE ATENUA RÁPIDAMENTE.
- Si dos modos tienen la misma frecuencia de corte se dice que estos modos son degenerados (Todo modo TM tiene un TE degenerado.)

- Se llama guía óptima a aquella en la que  $a = 2b$ :



- Máximo ancho de banda <sup>monomodo</sup> posible, reduciendo la atenuación de los conductores y aumentando la potencia transmitida por el TE<sub>10</sub>.



$$f_{c_{\text{MF}}} = f_{c_{\text{TE}_{10}}} = \frac{c_0}{2\sqrt{\mu_r \epsilon_r} \cdot a}$$

$$f_{c_{\text{jer sup}}} = f_{c_{\text{TE}_{20}}} = f_{c_{\text{TE}_{01}}} = \frac{c_0}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r} \cdot a} = \frac{c_0}{2\sqrt{\mu_r \epsilon_r} \cdot b}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## 2.1.3.- POTENCIA TRANSMITIDA SI LA GUÍA NO TIENE PÉRDIDAS:

**Potencia**

Modos TM  $\vec{E}_z = E_0 \sin \beta_x x \sin \beta_y y$   $\beta_x = \frac{m\pi}{a}$   $\beta_y = \frac{n\pi}{b}$   
 $m$  entero  $n$  entero

$$P_T = \frac{Z_{TM}}{2\eta^2} \left(\frac{f}{f_c}\right)^2 |E_0|^2 \frac{a}{2} \frac{b}{2}$$

Modos TE  $H_z = H_0 \cos \beta_x x \cos \beta_y y$   $\beta_x = \frac{m\pi}{a}$   $\beta_y = \frac{n\pi}{b}$   
 $m$  entero  $n$  entero

$$P_T = \frac{2\eta^2}{Z_{TE}} \left(\frac{f}{f_c}\right)^2 |H_0|^2 \frac{a}{\delta_m} \frac{b}{\delta_n} \quad \left\{ \begin{array}{l} \delta_p = 1 \quad p=0 \\ \delta_p = 2 \quad p \neq 0 \end{array} \right.$$

usar esta expresión

La fórmula de partida para el cálculo de  $P_T$  es:

$$P_T = \iint_S \frac{1}{2} \operatorname{Re}[\vec{E}_t \times \vec{H}_t^*] \cdot d\vec{s}$$

NOTA: Estas fórmulas de  $P_T$  sólo son válidas si  $f > f_c$ , ya que de lo contrario el modo no se propaga.

Además estas fórmulas vienen multiplicadas por " $e^{-2\alpha_c z} \cdot e^{-2\alpha_d z}$ " si hay pérdidas en los conductores ( $\alpha_c \neq 0$ ) y en el dieléctrico ( $\alpha_d \neq 0$ ) respectivamente.

**Cartagena99**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

### 2.1.4.- ATENUACIÓN:

#### ● PÉRDIDAS DEBIDAS AL DIELECTRICO:

Si el dieléctrico tiene  $\sigma_0 \neq 0$  entonces:  $\epsilon_c = \epsilon_r \epsilon_0 - j \frac{\sigma_0}{\omega} = \epsilon - j \frac{\sigma_0}{\omega}$   
 $\epsilon_c = \epsilon' - j \epsilon''$

no confundir con  $\mu$  función de penetración

$$\text{tg } \delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'} = \frac{\sigma_0}{\omega \epsilon_r \epsilon_0}$$

si el dieléctrico tiene bajas pérdidas:  $\text{tg } \delta \ll 1$  ó  $\epsilon'' \ll \epsilon'$  ó  $\frac{\sigma_0}{\omega \epsilon_r \epsilon_0} \ll 1$

llegamos a:

$$\alpha_d \approx \frac{\beta_0 (\epsilon''/\epsilon')}{2 \sqrt{1 - (f_c/f)^2}} = \frac{1}{2} \beta_0 \frac{\text{tg } \delta}{\sqrt{1 - (f_c/f)^2}} \quad (\text{Np/m})$$

$$\beta_0 = \omega \sqrt{\mu \epsilon} = \frac{2\pi f \sqrt{\mu_r \epsilon_r}}{c} \quad (\text{m}^{-1})$$

NOTA: las expresiones de los campos  $\vec{E}$  y  $\vec{H}$  cuando hay pérdidas en el dieléctrico vienen multiplicadas por  $e^{-\alpha_d z}$ , y las de  $P_T$  por  $e^{-2\alpha_d z}$

#### ● PÉRDIDAS DEBIDAS A LOS CONDUCTORES:

Si los conductores no son perfectos ( $\sigma \neq \infty$ ) generan una constante de atenuación ( $\alpha_c$ ) dada por:

Modos TM:

$$\alpha_c = \frac{2R_s}{ab\eta \sqrt{1 - (f_c/f)^2}} \frac{m^2 b^3 + n^2 a^3}{(mb)^2 + (na)^2}$$

Modos TE:

$$\alpha_c = \frac{2R_s}{ab\eta \sqrt{1 - (f_c/f)^2}} \left\{ \left( \delta_m + \delta_n \frac{b}{a} \right) \left( \frac{f_c}{f} \right)^2 + b \left[ 1 - \left( \frac{f_c}{f} \right)^2 \right] \frac{m^2 ab + (na)^2}{(mb)^2 + (na)^2} \right\}$$

siendo:

$R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}}$  ( $\Omega$ ) la resistencia superficial del conductor.



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70**

Estos  $\alpha_c$  están calculados en (Np/m) y sabemos que  $1 \text{ Np} = 8.7 \text{ dB}$ .



modo que más aparece ↙

### 2.1.5.- CASO PARTICULAR: (Guía rectangular con $a > b \Leftrightarrow$ MODO FUNDAMENTAL $TE_{10}$ )

Si  $a > b$  el modo fundamental es el  $TE_{10}$  del que sabemos que:

$$E_z = 0$$

$$H_z = H_0 \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot e^{-j\beta_{g10} z}$$

$$H_x = \frac{j\beta_{g10}}{\beta_{c10}^2} \cdot \frac{\pi}{a} \cdot H_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot e^{-j\beta_{g10} z}$$

$$H_y = 0$$

$$E_x = 0$$

$$E_y = -\frac{j\omega\mu}{\beta_{c10}^2} \cdot \frac{\pi}{a} \cdot H_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot e^{-j\beta_{g10} z}$$
 " llamamos  $|E_{oy}| = \left| \frac{-j\omega\mu}{\beta_{c10}^2} \cdot \frac{\pi}{a} \cdot H_0 \right| =$

$$= \frac{\omega\mu \cdot a}{\pi} |H_0| \text{ (V/m)}$$

CAMPO ELÉCTRICO MÁXIMO DEL MODO  $TE_{10}$ .

siendo:  $\beta_{c10} = \frac{\pi}{a}$ ;  $\beta_{g10} = \omega\sqrt{\mu\epsilon} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{f_{cTE10}}{f}\right)^2}$ ;

Por otro lado:

$$f_{cTE10} = \frac{c_0}{2\sqrt{\mu_r\epsilon_r} \cdot a}; \text{ (Hz)}$$

$$Z_{TE10} = \frac{\eta}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} = \frac{\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}; \text{ (\Omega)}$$

$$P_T (TE_{10}) = \frac{|E_{oy}|^2}{4 \cdot Z_{TE10}} \cdot a \cdot b ; \text{ (w)} \equiv \text{Potencia transmitida por el modo } TE_{10}.$$

$$P_{\text{ref}} \left[ 1 + \frac{2b}{a} \left(\frac{f_{c10}}{f}\right)^2 \right]$$



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE**  
**LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS**  
**CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, dark blue font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white arrow pointing to the left is visible below the text.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

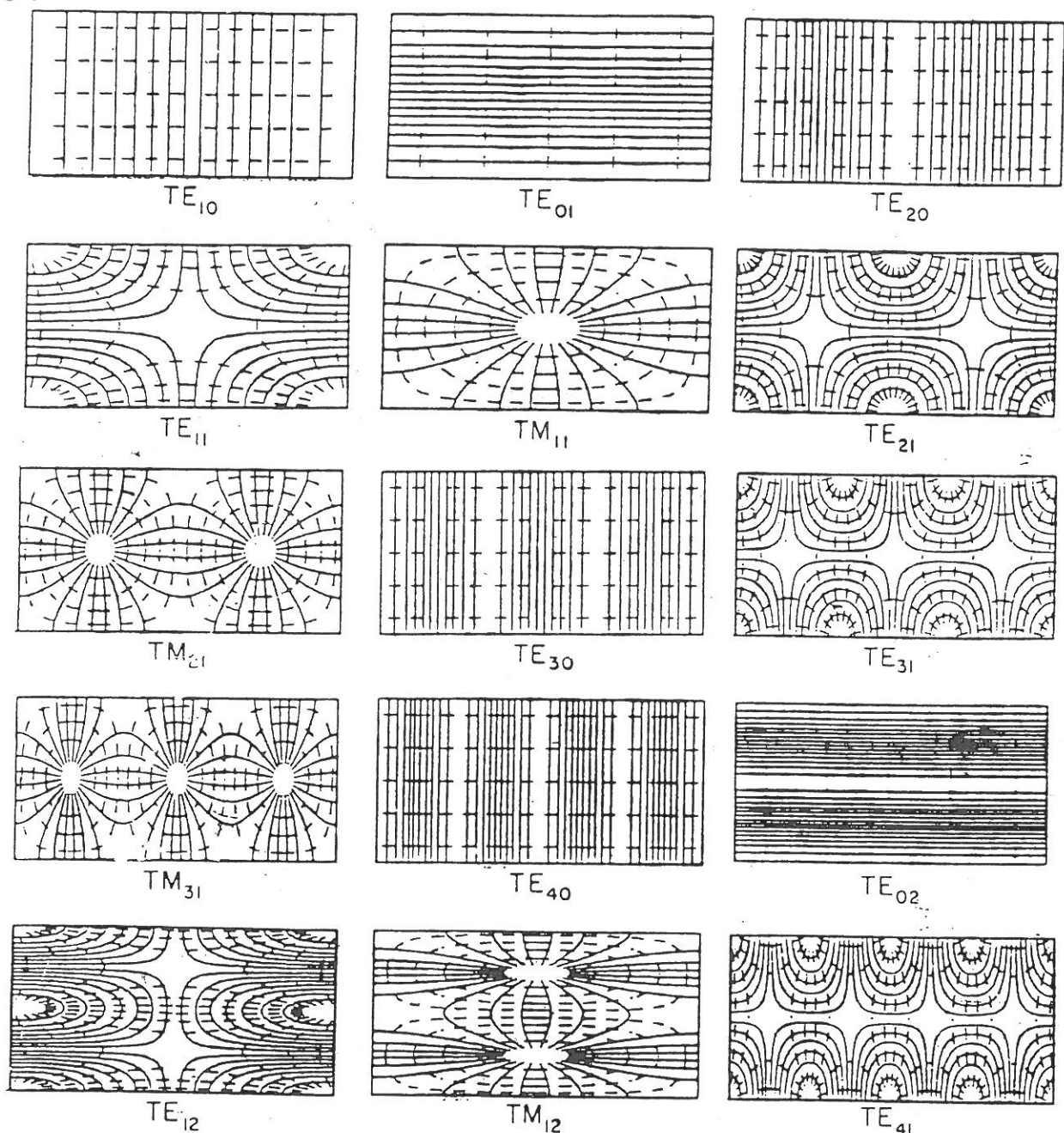
---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

¿ Modo TE ó TM?

Observando las líneas de  $(\vec{H})$  (-----) vemos que se cierra en la sección transversal  $\rightarrow H_z = 0$   
 $\rightarrow$  Modo TM

... ..  $\vec{E}$  (————) vemos que no se cierra en la sección transversal  
 $\rightarrow H_z \neq 0 \rightarrow$  modo TE



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE**  
**LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS**  
**CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70**

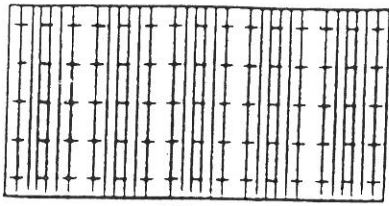
Cartagena99

Si no veo claro que se cierra  $\rightarrow$  son TE

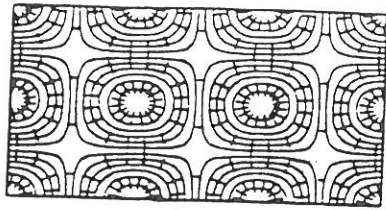


m = número de veces que se repite en x el mismo dibujo. \* Se va repitiendo el mismo dibujo.

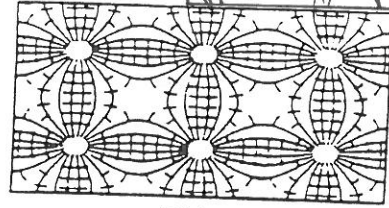
n = // // // y // // //



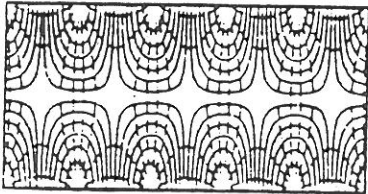
TE<sub>50</sub>



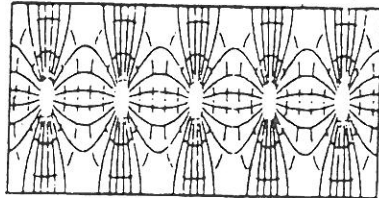
TE<sub>32</sub>



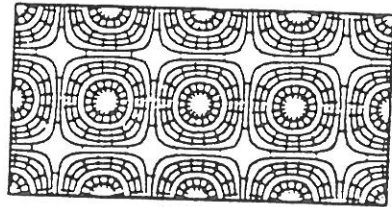
TM<sub>32</sub>



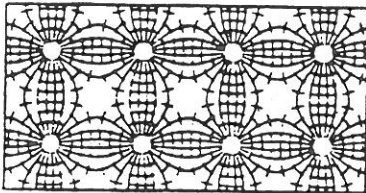
TE<sub>51</sub>



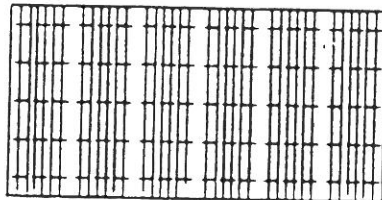
TM<sub>51</sub>



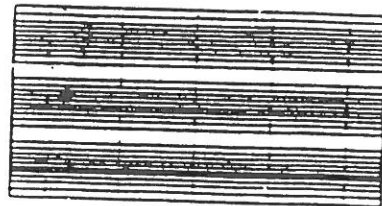
TE<sub>42</sub>



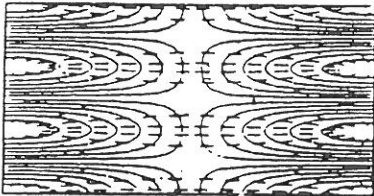
TM<sub>42</sub>



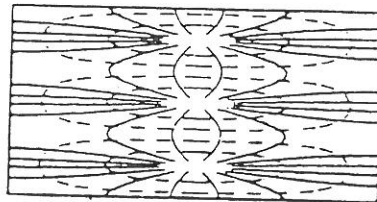
TE<sub>60</sub>



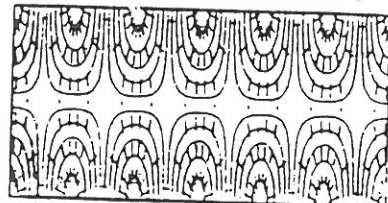
TE<sub>03</sub>



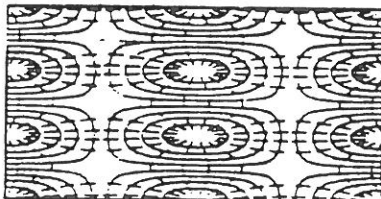
TE<sub>13</sub>



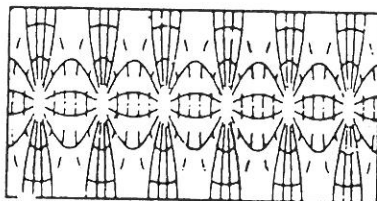
TM<sub>13</sub>



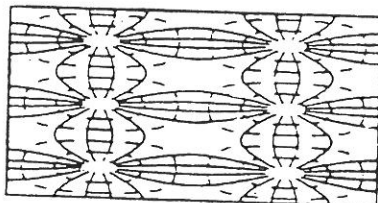
TE<sub>61</sub>



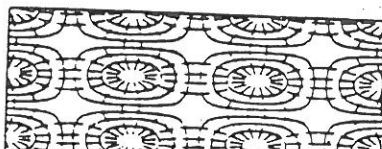
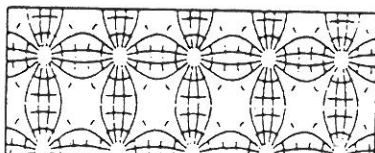
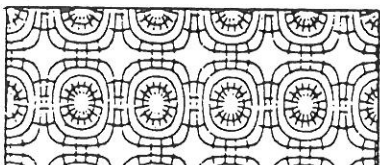
TE<sub>23</sub>



TM<sub>61</sub>



TM<sub>23</sub>



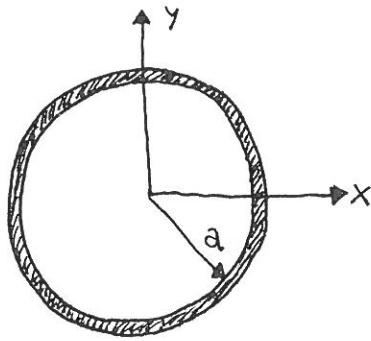
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

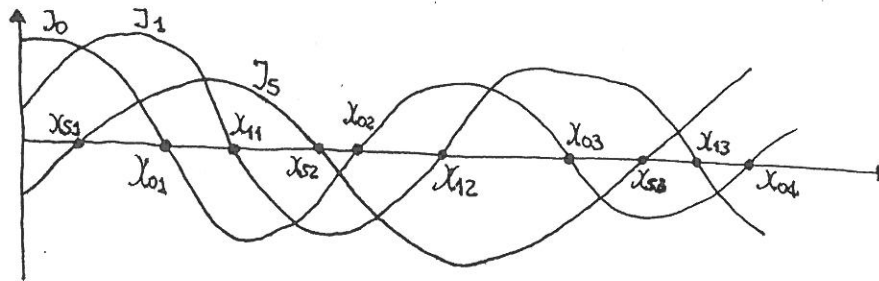
2.2.- GUÍA CIRCULAR:



NOTA TEÓRICA: "FUNCIONES DE BESSEL"

•  $J_m \equiv$  Función de Bessel de 1ª especie y orden  $m$ . ( $m=0,1,2,3,\dots$ )

Son funciones oscilantes:



Por tanto:  $\chi_{mn} \equiv$  n-ésimo cero de  $J_m$ .

Estos ceros están tabulados:

m \ n	1	2	3
0	2'405	5'52	8'654
1	3'832	7'016	10'174
2	5'135	8'417	11'62

$\chi_{mn}$

•  $J'_m \equiv$  Derivada de la función de Bessel de 1ª especie y orden  $m$ . ( $m=0,1,2,3,\dots$ )

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

FIN NOTA TEÓRICA.

2	3'054	6'706	9'970
---	-------	-------	-------



### ● MODOS TM : ( $H_z = 0$ )

Se resuelve la siguiente ecuación de onda, y la siguiente condición de contorno:   
 = Helmholtz

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial E_z}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \cdot \frac{\partial^2 E_z}{\partial \varphi^2} + (\beta_c^2 - \beta^2) E_z = 0 \quad \text{y} \quad E_z \Big|_{\rho=a} = 0$$

Haciéndolo obtenemos:

#### Modos de propagación: Modos TM

$E_z(\rho, \varphi) = J_m(\beta_c \rho) (A \sin m\varphi + B \cos m\varphi) e^{-j\beta_c z}$	$\beta_c = \frac{\chi_{mn}}{a}$
$H_z = 0$	
$E_\rho = -\frac{j\beta_c}{\beta_c} J'_m(\beta_c \rho) (A \sin m\varphi + B \cos m\varphi) e^{-j\beta_c z}$	$J'_m(x) = \frac{\partial J_m(x)}{\partial x}$
$E_\varphi = -\frac{j\beta_c}{\beta_c^2} \frac{m}{\rho} J_m(\beta_c \rho) (A \cos m\varphi - B \sin m\varphi) e^{-j\beta_c z}$	
$H_\rho = \frac{j\omega \epsilon}{\beta_c^2} \frac{m}{\rho} J_m(\beta_c \rho) (A \cos m\varphi - B \sin m\varphi) e^{-j\beta_c z}$	
$H_\varphi = -\frac{j\omega \epsilon}{\beta_c} J'_m(\beta_c \rho) (A \sin m\varphi + B \cos m\varphi) e^{-j\beta_c z}$	

$$\vec{E}_t = E_\rho \cdot \hat{\rho} + E_\varphi \cdot \hat{\varphi}$$

$$\vec{H}_t = H_\rho \cdot \hat{\rho} + H_\varphi \cdot \hat{\varphi}$$

Campos asociados al modo  $TM_{m,n}$  con:  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$   
 $n = 1, 2, 3, 4, \dots$

Observamos que:  $\beta_c = \frac{\chi_{mn}}{a} \Rightarrow 2\pi f_c \sqrt{\mu \epsilon} = \frac{\chi_{mn}}{a} \Rightarrow$  Despejando:

$$f_{cTM_{mn}} = \frac{\chi_{mn}}{2\pi a \cdot \sqrt{\mu \epsilon}}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

la característica de que sus campos NO dependen de la coordenada  $\varphi$



● MODOS TE : ( $E_z = 0$ )

Se resuelve la siguiente ecuación de onda y la siguiente condición de contorno:

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial H_z}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \cdot \frac{\partial^2 H_z}{\partial \varphi^2} + (\beta_c^2 - k_c^2) \cdot H_z = 0 \text{ y } \left. \frac{\partial H_z}{\partial \rho} \right|_{\rho=a} = 0$$

Haciéndolo obtenemos:

Modos de propagación: Modos TE

- $E_z = 0$
- $H_z(\rho, \varphi) = J_m(\beta_c \rho) (A \sin m\varphi + B \cos m\varphi) e^{-j\beta_c z}$
- $E_\rho = -\frac{j\omega\mu}{\beta_c^2} \frac{m}{\rho} J_m(\beta_c \rho) (A \cos m\varphi - B \sin m\varphi) e^{-j\beta_c z}$
- $E_\varphi = \frac{j\omega\mu}{\beta_c} J'_m(\beta_c \rho) (A \sin m\varphi + B \cos m\varphi) e^{-j\beta_c z}$
- $H_\rho = -\frac{j\beta_c}{\beta_c} J'_m(\beta_c \rho) (A \sin m\varphi + B \cos m\varphi) e^{-j\beta_c z}$
- $H_\varphi = -\frac{j\beta_c}{\beta_c^2} \frac{m}{\rho} J_m(\beta_c \rho) (A \cos m\varphi - B \sin m\varphi) e^{-j\beta_c z}$

$$\beta_c = \frac{\chi'_{mn}}{a}$$

$$J'_m(x) = \frac{dJ_m(x)}{dx}$$

$$\vec{E}_t = E_\rho \cdot \hat{\rho} + E_\varphi \cdot \hat{\varphi}$$

$$\vec{H}_t = H_\rho \cdot \hat{\rho} + H_\varphi \cdot \hat{\varphi}$$

Campos asociados al modo TE<sub>mn</sub> con:  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$   
 $n = 1, 2, 3, 4, \dots$

Observamos que:  $\beta_c = \frac{\chi'_{mn}}{a} \Rightarrow 2\pi f_c \cdot \sqrt{\mu\epsilon} = \frac{\chi'_{mn}}{a} \Rightarrow$  Despejando:

$$f_{cTE_{mn}} = \frac{\chi'_{mn}}{2\pi a \sqrt{\mu\epsilon}}$$

De la tabla de  $\chi'_{mn}$  observamos que el modo TE<sub>mn</sub> que va a tener



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE**  
**LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS**  
**CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70**

### 2.2.1.- FÓRMULAS IMPORTANTES:

Son las mismas que las del punto 2.1.1. excepto una de las fórmulas que NO vale para guía circular.

### 2.2.2.- FRECUENCIAS DE CORTE:

$$f_{cTE_{mn}} = \frac{\chi'_{mn}}{2\pi a \sqrt{\mu\epsilon}} \quad \text{y} \quad f_{cTM_{mn}} = \frac{\chi_{mn}}{2\pi a \sqrt{\mu\epsilon}}$$

Como en la guía circular las  $f_c$  de los distintos modos vienen de  $\chi'_{mn}$  y  $\chi_{mn}$ , y estas están tabuladas siempre ocurre que:

$$\text{MODO FUNDAMENTAL: } TE_{11} \quad ; \quad f_{cTE_{11}} = \frac{1'841}{2\pi a \sqrt{\mu\epsilon}}$$

$$\text{1er MODO SUPERIOR: } TM_{01} \quad ; \quad f_{cTM_{01}} = \frac{2'405}{2\pi a \sqrt{\mu\epsilon}}$$

$$\boxed{BW_{\text{monomodo}} = \frac{2'405 - 1'841}{2\pi a \sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{0'564}{2\pi a \sqrt{\mu\epsilon}}}$$

y además:

$$\boxed{\frac{f_{cTM_{01}}}{f_{cTE_{11}}} = \frac{2'405}{1'841} = 1'3}$$

∞ Ancho de banda relativo menor que la guía rectangular óptima. ( $a=2b$ )

NOTA: Además sabemos que los modos  $TE_{0n}$  y  $TM_{1n}$  siempre tienen la misma frecuencia de corte. (Modos degenerados.)

# Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

### 2.2.3.- POTENCIA TRANSMITIDA SI LA GUÍA NO TIENE PÉRDIDAS:

$$P_T = \iint_S \frac{1}{2} \operatorname{Re} [\vec{E}_t \times \vec{H}_t^*] \cdot d\vec{S} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\rho=0}^a (\vec{E}_t \times \vec{H}_t^*) \cdot \rho d\rho d\phi \cdot \hat{z} \quad (\text{W})$$

NOTA: Esta fórmula sólo es válida si el modo se propaga ( $f > f_c$ ) y además si hay pérdidas en los conductores y el dieléctrico viene multiplicada respectivamente por  $e^{-2\alpha_c z}$  y  $e^{-2\alpha_d z}$ .

### 2.2.4.- ATENUACIÓN:

- PÉRDIDAS DEBIDAS AL DIELECTRICO:

Exactamente igual que en guía rectangular.

- PÉRDIDAS DEBIDAS A LOS CONDUCTORES:

Ahora las fórmulas de  $\alpha_c$  son:

Modos TM:

$$\alpha_c = \frac{R_s}{a\eta} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}$$

Modos TE:

$$\alpha_c = \frac{2R_s}{a\eta \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \left\{ \left(\frac{f_c}{f}\right)^2 + \frac{m^2}{(\chi'_{mn})^2 - m^2} \right\}$$

siendo:

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}} ; (\Omega) \text{ la resistencia superficial del conductor.}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} ; (\Omega) \text{ la impedancia del dieléctrico.}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$e^{-2\alpha_c z}$  respectivamente.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, dark blue font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white arrow pointing to the left, creating a sense of motion or direction.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

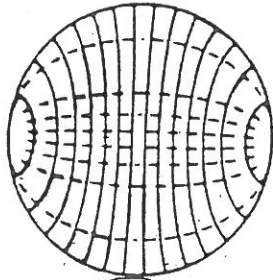
**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



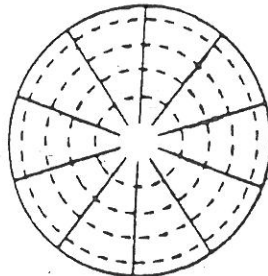
Están ordenados.

¿Modo TE ó TM?

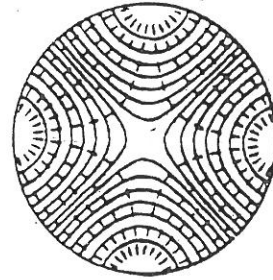
$$m = \frac{\text{n}^\circ \text{ de veces dibujo radial}}{2}$$



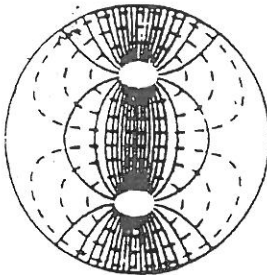
TE<sub>11</sub>



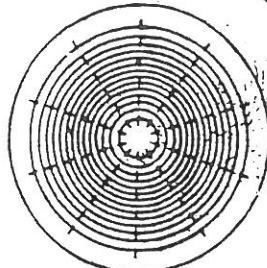
TM<sub>01</sub>



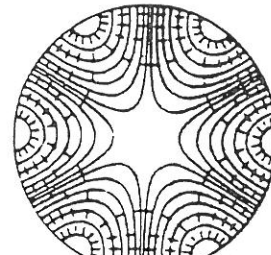
TE<sub>21</sub>



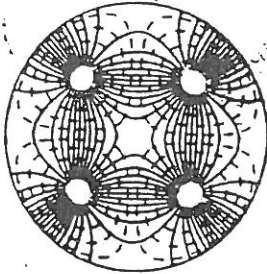
TM<sub>11</sub>



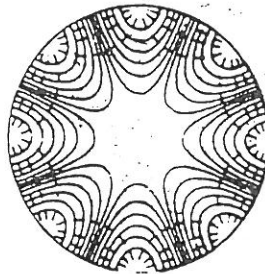
TE<sub>02</sub>



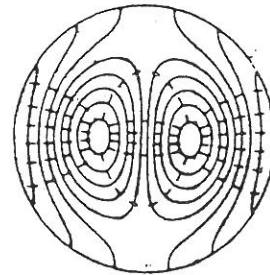
TE<sub>31</sub>



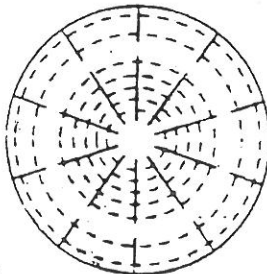
TM<sub>21</sub>



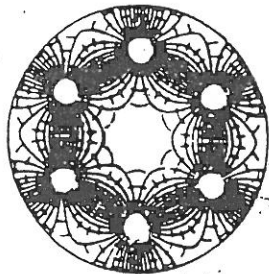
TE<sub>41</sub>



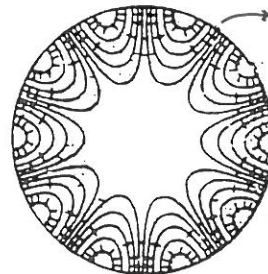
TE<sub>12</sub>



TM<sub>02</sub>



TM<sub>31</sub>



TE<sub>51</sub>

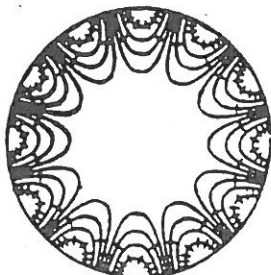
S =

Cartagena99

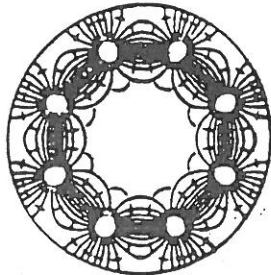
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

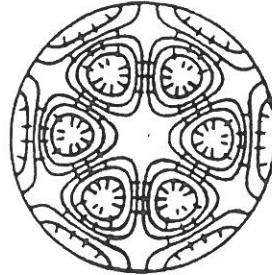
E ——— H ———



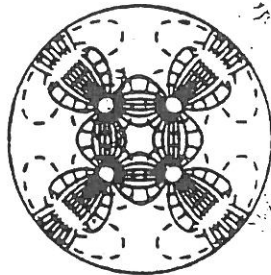
TE<sub>61</sub>



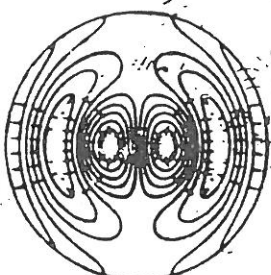
TM<sub>41</sub>



TE<sub>32</sub>



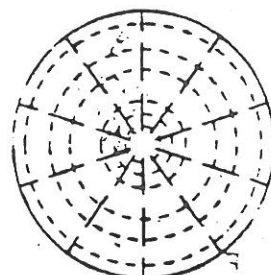
TM<sub>22</sub>



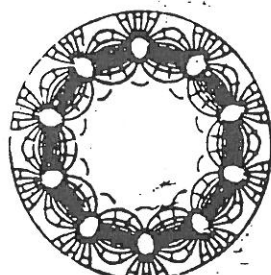
TE<sub>13</sub>



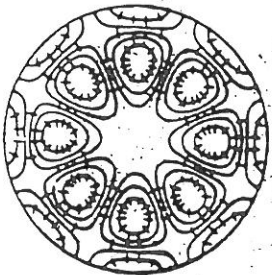
TE<sub>71</sub>



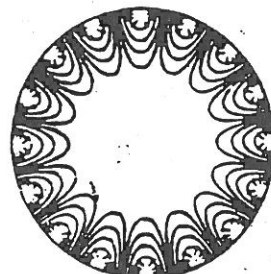
TM<sub>03</sub>



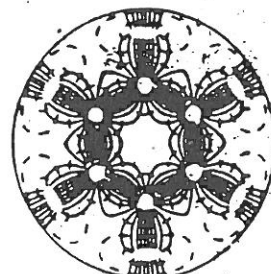
TM<sub>51</sub>



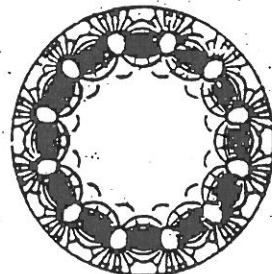
TE<sub>42</sub>



TE<sub>81</sub>



TM<sub>32</sub>



TM<sub>61</sub>

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

E ————— H - - - - -



• TPO - Guía Ondas. • Modos TE:  $E_z = 0; H_z \neq 0$  • Modos TM:  $E_z \neq 0; H_z = 0$

Guía Rectangular

- No válido a la vez  $m=0; n=0$

Modos TM  $\rightarrow$  Desde TM<sub>11</sub>

$$E_z = E_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta_g z}$$

$$E_z = 0$$

$$E_x = -\frac{j\beta_g}{\beta_c^2} \frac{m\pi}{a} E_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta_g z}$$

$$E_y = -\frac{j\beta_g}{\beta_c^2} \frac{n\pi}{b} E_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta_g z}$$

$$H_x = \frac{j\omega\epsilon}{\beta_c^2} \frac{n\pi}{b} E_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta_g z}$$

$$H_y = -\frac{j\omega\epsilon}{\beta_c^2} \frac{m\pi}{a} E_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta_g z}$$

• Modos TE - El 1º modo de la guía rectangular

$$E_z = 0$$

$$H_z = H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta_g z}$$

$$E_x = \frac{j\omega\mu}{\beta_c^2} \frac{n\pi}{b} H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta_g z}$$

$$E_y = -\frac{j\omega\mu}{\beta_c^2} \frac{m\pi}{a} H_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta_g z}$$

$$H_x = \frac{j\beta_g}{\beta_c^2} \frac{m\pi}{a} H_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta_g z}$$

$$H_y = \frac{j\beta_g}{\beta_c^2} \frac{n\pi}{b} H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta_g z}$$

$\beta \rightarrow$  coef de fase ó número de onda ;  $v_f \rightarrow$  velocidad de fase  
 $\gamma \rightarrow$  coef de propagación del modo ;  $v_g \rightarrow$  velocidad de grupo ó de propagación del modo  
 $\lambda \rightarrow$  longitud de onda

Fórmulas importantes

$\beta_0 = \omega \sqrt{\mu\epsilon}$  ;  $\omega = 2\pi f \rightarrow$  con frecuencia de trabajo

$\beta_c = \omega_c \sqrt{\mu\epsilon}$  ;  $\omega_c = 2\pi f_c \rightarrow$  con frecuencia de corte

$\gamma = \sqrt{\beta_c^2 - \beta^2} = \gamma \sqrt{\mu\epsilon} \sqrt{f_c^2 - f^2}$   
 no vale para guía circular.

- si  $f > f_c \rightarrow \gamma = j\beta_g = j\omega \sqrt{\mu\epsilon} \sqrt{1 - (f_c/f)^2}$  [m<sup>-1</sup>]

- si  $f < f_c \rightarrow \gamma = \alpha = 2\pi \sqrt{\mu\epsilon} \sqrt{f_c^2 - f^2}$  [Np/m]

Además:  $\beta_e = \sqrt{\beta_x^2 + \beta_y^2} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} = 2\pi f_c \sqrt{\mu\epsilon}$  [m<sup>-1</sup>]

$\lambda_0 = \frac{2\pi}{\beta_0}$  [m]     $\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta_g} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - (f_c/f)^2}}$   
 $\lambda_c = \frac{2\pi}{\beta_c}$  [m]     $\frac{1}{\lambda_g^2} = \frac{1}{\lambda_0^2} + \frac{1}{\lambda_c^2}$

$v_f = \frac{\omega}{\beta_g} = \frac{v_0}{\sqrt{1 - (f_c/f)^2}}$  [m/s], siendo  $v_0 = \frac{c_0}{\sqrt{\mu\epsilon_r}}$  [m/s]

$\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$  [Ω]

$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial \beta_g} = v_0 \cdot \sqrt{1 - (f_c/f)^2}$  [m/s]

- si el modo se propaga ( $f > f_{cTM}$ )  $\rightarrow Z_{TM} = \eta \sqrt{1 - (f_c/f)^2}$  [Ω]

impedancia del modo TM:  $Z_{TM} = \frac{j\omega\epsilon}{\gamma}$  [Ω] - si el modo no se propaga ( $f < f_{cTM}$ )  $\rightarrow Z_{TM} = \frac{\alpha}{j\omega\epsilon} =$

impedancia del modo TE =  $Z_{TE} = \frac{j\omega\mu}{\gamma}$  [Ω]

$\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$  [Ω] capacitiva  $\rightarrow \frac{j\omega\epsilon}{\alpha} = \frac{j\omega\epsilon}{\omega\epsilon} = \frac{j\omega\epsilon}{\omega\epsilon}$  [Ω]

si el modo se propaga ( $f > f_{cTE}$ ):  $Z_{TE} = \frac{\eta}{\sqrt{1 - (f_c/f)^2}}$  [Ω] inductiva



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

- Potencia transmitida si la guía no tiene pérdidas -

La fórmula de potencia es:  $P_T = \iint_S \frac{1}{2} \text{Re} [\vec{E}_T \times \vec{H}_T^*] \cdot d\vec{s}$

Estas fórmulas de  $P_T$  solo si  $f > f_c$

Modos TM:  
 $P_T = \frac{Z_{TM}}{2\eta^2} \left(\frac{f}{f_c}\right)^2 |E_0|^2 \frac{a}{2} \cdot \frac{b}{2}$

Si hay pérdidas en los conductores  $\rightarrow \alpha_c \neq 0$   
 " " " " " " dieléctrico  $\rightarrow \alpha_d \neq 0$

Modos TE:  
 $P_T = \frac{2\eta^2}{Z_{TE}} \left(\frac{f}{f_c}\right)^2 |H_0|^2 \frac{a}{\delta_m} \cdot \frac{b}{\delta_n} \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ } p=0 \\ 2 \text{ } p \neq 0 \end{array} \right.$

$$\epsilon_c = \epsilon_r \epsilon_0 - j \frac{\sigma}{\omega} = \epsilon - j \frac{\sigma}{\omega}$$

Atenúaación

Pérdidas debidas al dieléctrico: Si en el dieléctrico  $\sigma_0 \neq 0$ , entonces:  $\epsilon_c = \epsilon' - j \epsilon''$

Si el dieléctrico tiene bajas pérdidas:  $\text{tg } \delta \ll 1$  ó  $\epsilon'' \ll \epsilon'$  ó  $\frac{\sigma_0}{\omega \epsilon} \ll 1$ ,  $\text{tg } \delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon'} = \frac{\sigma_0}{\omega \epsilon_r \epsilon_0}$

$$\alpha_d = \frac{\beta_0 (\epsilon''/\epsilon')}{2\sqrt{1-(f_c/f)^2}} = \frac{1}{2} \beta_0 \frac{\text{tg } \delta}{\sqrt{1-(f_c/f)^2}} \text{ [Np m}^{-1}\text{]}; \quad \beta_0 = \omega \sqrt{\mu \epsilon} = \frac{2\pi f \sqrt{\mu \epsilon_r}}{c_0} \text{ [m}^{-1}\text{]}$$

Las expresiones de las campos  $\vec{E}$  y  $\vec{H}$  cuando hay pérdidas en el dieléctrico vienen multiplicadas por  $e^{-\alpha_d z}$  y las de  $P_T$  por  $e^{-2\alpha_d z}$

Pérdidas debidas a los conductores

Si los conductores no son perfectos:

Resistencia superficial del conductor.

Modos TM:  
 $\alpha_c = \frac{2R_s}{ab\eta \sqrt{1-(f_c/f)^2}} \cdot \frac{m^2 b^3 + n^2 a^3}{(mb)^2 + (na)^2}$

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}} \text{ [}\Omega\text{]} \quad \eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \text{ [}\Omega\text{]}$$

\* Misma nota que la anterior pero con  $e^{-\alpha_c z}$  y  $e^{-2\alpha_c z}$ .

Impedancia del dieléctrico

Modos TE:  
 $\alpha_c = \frac{2R_s}{b\eta \sqrt{1-(f_c/f)^2}} \left[ (\delta_m + \delta_n \frac{b}{a}) \left(\frac{f_c}{f}\right)^2 + \frac{b}{a} \left[ 1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2 \right] \frac{m^2 ab + (na)^2}{(mb)^2 + (na)^2} \right]$

$\alpha_c \rightarrow \text{[Np m}^{-1}\text{]}$   
 $1 \text{ Np} = 8.7 \text{ dB}$   
 $\delta_p = \begin{cases} 2 & \text{si } p=0 \\ 1 & \text{si } p \neq 0 \end{cases}$

Notas

tricho de banda moramode: Margen de frecuencias en las que solo se propaga el fundamental.

$$BW_{\text{moramode}} = f_{c_{1er_{sup}}} - f_{c_{MF}}$$

si  $f > f_c \rightarrow$  el modo se propaga ( $\delta = j\beta g$ )

Se atenúa

Si los modos tienen la misma  $f_c$  son modos degenerados.

si  $f < f_c \rightarrow$  el modo no se propaga ó está al corte ( $\delta = \alpha$ )

Se llama guía óptima a aquella en la que  $a=2b$ :

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

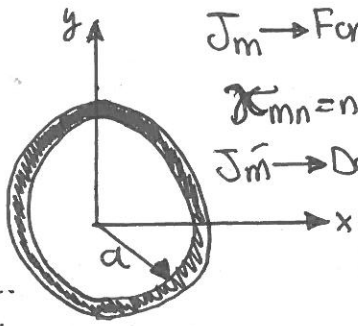
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



$$H_z = H_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{j\omega t - \gamma z}$$



Guía Circular-



$J_m$  → Función de Bessel de  $i^{\circ}$  especie y orden  $m$  ( $m=0,1,2,3,\dots$ )  
 $X_{mn}$  =  $n$ -ésimo cero de  $J_m$   
 $J'_m$  → Derivada de la función de Bessel de  $i^{\circ}$  especie y orden  $m$ .

Modos  $TM_{m,n}$   $m=0,1,2,\dots$   
 $n=1,2,3,\dots$

$z=0$   
 $E_z = J_m(\beta_c \rho) (A \sin m\phi + B \cos m\phi) e^{-j\beta_g z}$   
 $H_z = 0$   
 $H_\phi = -\frac{j\omega \epsilon}{\beta_c} J'_m(\beta_c \rho) (A \sin m\phi + B \cos m\phi) e^{-j\beta_g z}$

$\beta_c = \frac{X_{mn}}{a}$       $J'_m(x) = \frac{\partial J_m(x)}{\partial x}$   
 $E_\phi = -\frac{j\beta_g}{\beta_c^2} \frac{m}{\rho} J_m(\beta_c \rho) (A \cos m\phi - B \sin m\phi) e^{-j\beta_g z}$   
 $H_\rho = \frac{j\omega \epsilon}{\beta_c^2} \frac{m}{\rho} J_m(\beta_c \rho) (A \cos m\phi - B \sin m\phi) e^{-j\beta_g z}$   
 $H_\phi = -\frac{j\omega \epsilon}{\beta_c} J'_m(\beta_c \rho) (A \sin m\phi + B \cos m\phi) e^{-j\beta_g z}$

$f_{CTM_{mn}} = \frac{X_{mn}}{2\pi a \sqrt{\mu \epsilon}}$  \* Modo TM con la fc más baja:  $f_{CTM_{01}} = \frac{2,405}{2\pi a \sqrt{\mu \epsilon}}$   
 \* El modo  $TM_{01}$  y todos los modos con  $m=0$ , → sus campos no dependen de la coordenada  $\phi$ .

Modos  $TE_{m,n}$   $m=0,1,2,3,\dots$   
 $n=1,2,3,4,\dots$

$z=0$   
 $E_z = J_m(\beta_c \rho) (A \sin m\phi + B \cos m\phi) e^{-j\beta_g z}$   
 $H_z = 0$   
 $H_\phi = \frac{j\omega \mu}{\beta_c} J'_m(\beta_c \rho) (A \sin m\phi + B \cos m\phi) e^{-j\beta_g z}$

$H_\rho = -\frac{j\beta_g}{\beta_c} J'_m(\beta_c \rho) (A \sin m\phi + B \cos m\phi) e^{-j\beta_g z}$   
 $H_\phi = -\frac{j\beta_g}{\beta_c^2} \frac{m}{\rho} J_m(\beta_c \rho) (A \cos m\phi - B \sin m\phi) e^{-j\beta_g z}$   
 $f_{CTE_{mn}} = \frac{X_{mn}}{2\pi a \sqrt{\mu \epsilon}}$

El modo  $TE_{01}$  que va a tener la frecuencia de corte más baja es el  $TE_{01}$ :  $f_{CTE_{01}} = \frac{1,841}{2\pi a \sqrt{\mu \epsilon}}$

El  $TE_{01}$  es el modo fundamental de la guía circular siempre.

Fórmulas importantes → Igual que en guía rectangular.

Frecuencias de Corte-

$f_{CTE_{mn}} = \frac{X_{mn}}{2\pi a \sqrt{\mu \epsilon}}$  ;  $f_{CTM_{mn}} = \frac{X_{mn}}{2\pi a \sqrt{\mu \epsilon}}$

En la guía circular siempre ocurre que:

Modo FUND:  $TE_{01} \rightarrow f_{CTE_{01}} = \frac{1,841}{2\pi a \sqrt{\mu \epsilon}}$   
 $i^{\circ}$  modo sup:  $TM_{01} \rightarrow f_{CTM_{01}} = \frac{2,405}{2\pi a \sqrt{\mu \epsilon}}$

$\Delta W_{modos} = \frac{0,564}{2\pi a \sqrt{\mu \epsilon}}$

demois:  $\frac{f_{CTM_{01}}}{f_{CTE_{01}}} = \frac{2,405}{1,841} = 1,3$  \* Ancho de banda relativo menor que la guía rectangular óptima ( $a=2b$ )

todos  $TE_{0n}$  y  $TM_{1n}$  son modos degenerados.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ---  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

- Atenuación -

Pérdidas debidas al dieléctrico → Igual que en la guía rectangular.

Cables en  $Np/m$   
 $INP = 8,7dB$

Pérdidas debidas a los conductores

Modos TM →  $\alpha_c = \frac{R_s}{a\eta} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-(f_c/f)^2}}$

Modos TE:  $\alpha_c = \frac{2R_s}{a\eta\sqrt{1-(f_c/f)^2}} \left[ \left(\frac{f_c}{f}\right)^2 + \frac{m^2}{(\chi_{mn})^2 - m^2} \right]$

$R_s = \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}}$  → Resistencia Superficial del conductor ;  $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$  → Impedancia dieléctrica

! Cuando hay pérdidas, las expresiones de los campos  $\vec{E}$  y  $\vec{H}$  anteriores, así como la potencia  $P_T$ , vienen multiplicadas por  $e^{-\alpha_c z}$ ,  $e^{-\alpha_c z}$  y  $e^{-2\alpha_c z}$ ,  $e^{-2\alpha_c z}$  respectivamente.

\*Anotaciones Ejercicios\*

- Guía dimensiones óptimas:  $a=2b$ .
- $a > b$  → Mod fundamental: TE<sub>10</sub>
- $a$  → anchura de la guía ;  $b$  → altura de la guía.
- Si no nos dicen nada:  $\epsilon_r=1$ ;  $\mu_r=1$
- $x$  siempre con  $a$  (m) / y siempre con  $b$  (n).
- Truco:  $\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1-(f_c/f_r)^2}} = \frac{c_0}{\sqrt{f_r^2 - f_c^2}}$
- Para campos armónicos →  $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = i\omega \vec{E}$
- Para aplicar Maxwell hay que conocer totalmente nuestro campo.
- Al final de Maxwell, indicar el valor y unidades de todos los elementos que aparezcan en la ec.
- "Rango de frecuencias en las que hay propagación en un único modo" → BW monomodo
- Para indicar BW monomodo → "Desde  $f_{c,inf}$  a  $f_{c,super}$ " → evitar corchete.
- Al calcular la potencia, las exponenciales de  $\vec{E}$  y  $\vec{H}$  se anulan entre sí.
- Cuidado con los extremos de los límites de la integral → no siempre da 1/2.
- Cambio trigonométrico →  $\sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) = \frac{1 - \cos(\pi x/a)}{2}$
- Cuando nos piden la potencia, no sustituir  $a$  y  $b$  al hacer la integral, se ve mejor.
- Cuando nos piden hallar  $\vec{H}$ , mirar si nos piden la potencia más adelante.
- Si no piden la potencia, dejar  $\vec{H}$  para el final.
- Truco para hallar el modo:  $f_{c,TE_n} = f_{c,TE_1} \cdot n$  /  $f_{c,TE_m} = f_{c,TE_0} \cdot m$
- Datos que ellos dan para resolver apartados no han coincidido nunca con las soluciones.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



• Tablas de Bessel •

n \ m	0	1	2	3	4	5
1	2,405	3,832	5,136	6,380	7,588	8,771
2	5,520	7,106	8,417	9,766	11,065	12,339
3	8,645	10,173	11,620	13,015	14,372	—
4	11,792	13,324	14,796	—	—	—

$X_{mn}$  (para todos modos  $TM_{mn}$ )

n \ m	0	1	2	3	4	5
1	3,832	1,841	3,054	4,201	5,317	6,416
2	7,016	5,331	6,706	8,015	9,282	10,520
3	10,173	8,536	9,696	11,346	12,882	13,987
4	13,324	11,706	13,130	—	—	—

$X_{mn}$  (para modos  $TE_{mn}$ )

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, dark blue font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white arrow pointing to the left is positioned below the text.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



PROBLEMA 1. (3.5 Ptos.)

Julio 2003

Dada una guía rectangular que cumple la relación entre la anchura,  $a$ , y la altura,  $b$ , dada por:  $a=1.5b$  y con frecuencia de corte del modo TM<sub>42</sub> igual a 50 GHz.

Se pide:

- Calcular las dimensiones de una guía circular con dieléctrico aire para que el modo fundamental tenga el mismo ancho de banda que el correspondiente al de la guía rectangular cuando por la misma se propagan exclusivamente los dos primeros modos.
- Calcule la constante de propagación en la guía circular a una frecuencia un 20% inferior a la frecuencia de corte del modo fundamental.
- Estime el valor de las pérdidas por dieléctrico aire en dB/100m a una frecuencia de 1.6 veces mayor que la frecuencia de corte del modo fundamental. (dato:  $\tan \delta = 0.01$ )
- Razone que diferencias existen entre la guía rectangular y circular en el tamaño y ancho de banda trabajando ambas en el modo fundamental

TE	m1	m2	m3
0n	3.83	7.02	10.2
1n	1.84	5.33	8.53
2n	3.05	6.7	9.96

TM	m1	m2	m3
0n	2.4	5.52	8.65
1n	3.83	7.01	10.2
2n	5.13	8.41	11.61

51

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, dark blue font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white arrow pointing to the left, creating a sense of motion or direction.

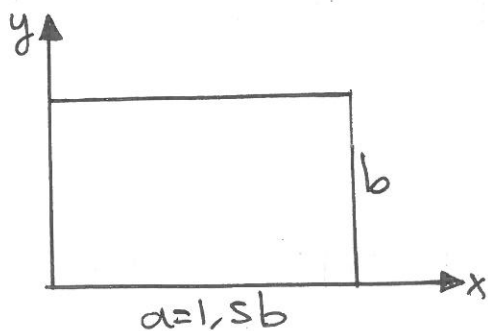
**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

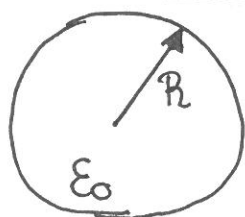
• Problema 1 Julio 2013.

\* La última vez que salió problema de Guía circular fue 2005.



$f_{TM_{22}} = 50 \text{ GHz}$

Guía Rectangular



$f_{TM_{22}} = \frac{c}{2\sqrt{\epsilon_r}} \sqrt{\frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2}} = 50 \cdot 10^9 \text{ Hz}$  (Ecuación 2)

$a = 15 \text{ mm}$   
 $b = 10 \text{ mm}$

- $f_{TE_{10}} = 10 \text{ GHz}$
- $f_{TE_{01}} = 15 \text{ GHz}$
- $f_{TE_{11}} = f_{TM_{11}} = 18 \text{ GHz}$

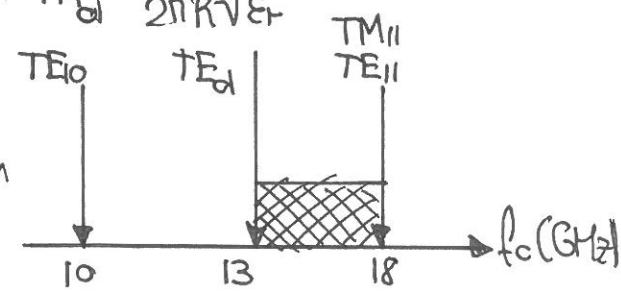
Guía Circular

Siempre MF  $TE_{11}$ :  $f_{TE_{mn}} = \frac{J_{mn} \cdot c}{2\pi R \sqrt{\epsilon_r}} \rightarrow f_{TE_{11}} = \frac{184 \cdot c}{2\pi R \sqrt{\epsilon_r}}$

Pregunta este apartado en el examen.

Siempre 1º sup.  $TM_{01}$ :  $f_{TM_{mn}} = \frac{J_{mn} \cdot c}{2\pi R \sqrt{\epsilon_r}} \rightarrow f_{TM_{01}} = \frac{24 \cdot c_0}{2\pi R \sqrt{\epsilon_r}}$

$f_{TM_{01}} - f_{TE_{11}} = 3 \text{ GHz}$  (De 15 a 18 GHz en la rectangular se propagan 2 modos).



$\gamma_{\text{circular}} = \sqrt{k_c^2 - k^2} = \sqrt{\omega_c^2 \mu_0 \epsilon_0 - \omega^2 \mu_0 \epsilon_0} = 2\pi \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \cdot \sqrt{f_c^2 - f^2} = 129,1 \text{ Np} \cdot \text{m}^{-1}$

$f_c = 0,8 \cdot f_c = 20,8 \cdot f_c = 0,8 \cdot 9,87 \text{ GHz} = 7,9 \text{ GHz}$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE**  
**LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS**  
**CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70**

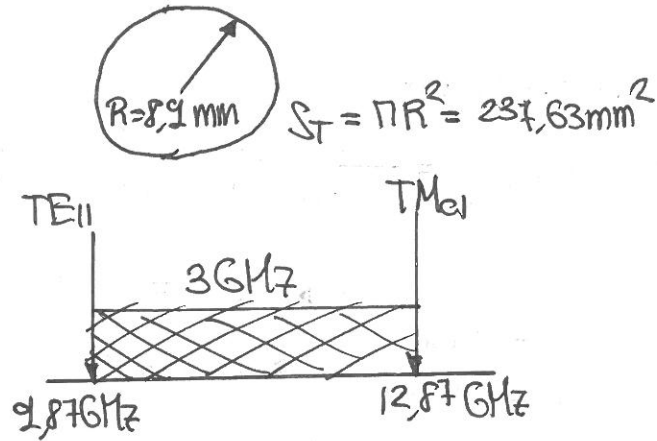
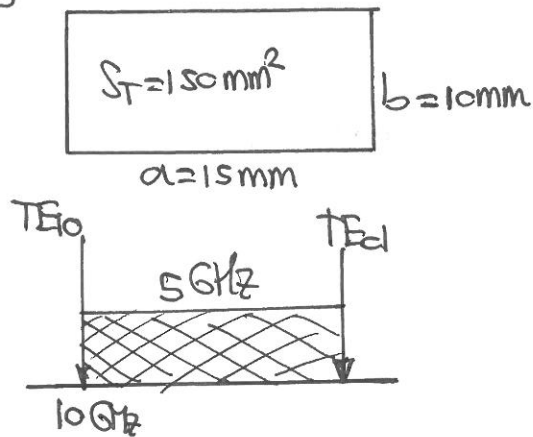




Guía Rectangular:  $f_T = 1,6 f_{c_{TE_{10}}} = 16 \text{ GHz} \rightarrow \alpha_d (\text{Npm}^{-1}) = 2,126 \text{ Npm}^{-1} \rightarrow \alpha_d (\text{dB/cm})$

$$\alpha_d (\text{dB/cm}) = 1867 \text{ dB/cm}$$

Guía Circular:  $f_T = 1,6 \cdot f_{c_{TE_{10}}} = 15,75 \text{ GHz} \rightarrow \alpha_d (\text{dB/cm}) = 1843 \text{ dB/cm}$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Junio 2002

\* Ejercicio con píluda

PROBLEMA 6. (3.5 Ptos.)

Por una guía rectangular se propagan de forma simultánea los dos modos de menor frecuencia de corte. El campo eléctrico total viene dado por:

$$\vec{E} = 10 \cdot \text{sen}(52.3598 \cdot x) \cdot e^{-j119.97z} \cdot e^{j\omega t} + 5 \cdot \text{sen}(104.7196 \cdot x) \cdot e^{-j78.54z} \cdot e^{j\omega t} \hat{y} \text{ V/m}$$

donde x, z están expresados en metros

Calcule:

- El campo magnético total en el interior de la guía
- Cuáles son los modos que se están propagando y cuáles son sus frecuencias de corte.
- Frecuencia de trabajo.
- Suponiendo que la anchura de la guía es el triple de la altura  $a = 3b$ , calcule la frecuencia de corte de los tres siguientes modos.
- Potencia transmitida por la guía en el modo fundamental.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

DATOS:

Por una guía rectangular se propagan de forma simultánea los 2 modos de menor fc.

$$\vec{E}_{TOTAL} = 10 \hat{y} \cdot \text{sen}(52'3598 \cdot x) e^{-j119'97 z} \cdot e^{j\omega t} + 5 \hat{y} \cdot \text{sen}(104'7196 x) \cdot e^{-j78'54 z} \cdot e^{j\omega t} \quad \text{"x" y "z" en metros.}$$

(V/m)

SOLUCIÓN:

a) Por las ecuaciones de Maxwell:

$$\vec{H}_{TOTAL} = \frac{\nabla \times \vec{E}_{TOTAL}}{-j\omega\mu_0} = \frac{1}{-j\omega\mu_0} \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & E_y & 0 \end{vmatrix} = \frac{j}{\omega\mu_0} \left( \frac{\partial E_y}{\partial x} \hat{z} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \hat{x} \right) =$$

$$= \frac{j \cdot 523'598}{2\pi f_T \cdot \mu_0} e^{j\omega t} \left[ \cos(52'3598 x) \hat{z} + \frac{j 119'97}{52'3598} \text{sen}(52'3598 x) \hat{x} \right] e^{-j119'97 z} +$$

$$+ \left[ \cos(104'7196 x) \cdot \hat{z} + \frac{j 78'54}{104'7196} \text{sen}(104'7196 x) \hat{x} \right] e^{-j78'54 z} \quad \text{(A/m)}$$

Además:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$

$f_T$  no la calculamos xq en el apartado c).



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

b) Como se propagan los 2 primeros modos, sabemos que seguro se propaga el TE<sub>10</sub>; pero el segundo modo podría ser el TE<sub>20</sub> ó el TE<sub>01</sub>. Si fuera el TE<sub>01</sub>, el campo total dado tendría variación con la coordenada y, es decir tendría una expresión con forma de "sen(β<sub>y</sub> · y)" y por tanto el segundo modo es el TE<sub>20</sub>.

Pillado!

Identificando en el primer modo tenemos que:

$$\beta_{x_1} = \frac{m\pi}{a} = \frac{\pi}{a} = 52'3598 \text{ (rad/m)} \Rightarrow \beta_{TE_{10}} = \beta_x = 2\pi \cdot f_{CTE_{10}} \cdot \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{f_{CTE_{10}}} = \frac{\beta_x \cdot c_0}{2\pi} = \boxed{2'5 \text{ GHz}}$$

y lógicamente:  $\boxed{f_{CTE_{20}}} = 2 \cdot f_{CTE_{10}} = \boxed{5 \text{ GHz}}$

c) La frecuencia de trabajo la obtenemos de λ<sub>g</sub> en cualquiera de los 2 modos:

$$\beta_{g_1} = \frac{2\pi}{\lambda_{g_1}} = 119'97 \Rightarrow \lambda_{g_1} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{CTE_{10}}}{f_T}\right)^2}} = \frac{c_0}{\sqrt{f_T^2 - \left(\frac{f_{CTE_{10}}}{25 \cdot 10^9 \text{ Hz}}\right)^2}} = \frac{2\pi}{119'97} \text{ (m)}$$

Operando:

$$\boxed{f_T \approx 6'25 \text{ GHz}}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Operando:

$$\boxed{f_c = 6'25 \text{ GHz}}$$



d) En el modo TE<sub>10</sub> sabemos que:  $\beta_x = 52'3598 = \frac{\pi}{a} \Rightarrow$

3/3

$$\boxed{a = 0'06 \text{ m} = 6 \text{ cm}} \Rightarrow \boxed{b = 2 \text{ cm}}$$

Sabemos que todas las frec. de corte tienen la siguiente expresión:

$$f_c = \frac{c_0}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$$

Los tres siguientes modos al TE<sub>10</sub> y al TE<sub>20</sub> son:

$$f_{c_{TE_{30}}} = f_{c_{TE_{01}}} = 7'5 \text{ GHz}$$

$$f_{c_{TE_{11}}} = f_{c_{TM_{11}}} \approx 7'906 \text{ GHz}$$

e)

$$P_{L_{TE_{10}}} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{S_t} (\vec{E}_t \times \vec{H}_t^*) \cdot d\vec{s}_t =$$

$$= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{y=0}^b \int_{x=0}^a \left[ 10 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \hat{y} \times \frac{(-\hat{x}) \cdot 1199'7}{2\pi f_r \mu_0} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \right] dx dy \hat{z} =$$

$$= \frac{11997}{4\pi f_r \mu_0} b \cdot \frac{a}{2} = \frac{11997 \cdot 0'02 \cdot 0'06}{8\pi \cdot 6'25 \cdot 10^9 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = 7'2933 \cdot 10^{-5} =$$

$$\approx 73 \mu\text{W}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Problema 2 Junio 2007

### PROBLEMA 2 (4 puntos)

Por una guía rectangular se propaga en el modo fundamental una onda de frecuencia igual a 12.5 GHz, valor que coincide con la frecuencia central del intervalo en el que ocurre propagación en un único modo.

Se observa que cuando la guía se termina por un cortocircuito, el mínimo de campo eléctrico más próximo a la posición del cortocircuito está a una distancia de éste igual a 20 mm.

Por otra parte, se observa que cuando la guía se termina por una carga desconocida, el mínimo de campo eléctrico más próximo a la carga está situado a 5 mm de la misma, y que la potencia medida en un máximo es de -10 dBm y la potencia medida en un mínimo es de -19 dBm

Calcule:

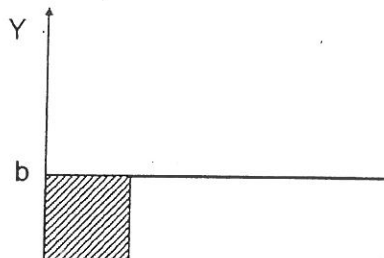
- Dimensiones de la guía.
- Frecuencia de corte de los cuatro primeros modos.
- Valor de la impedancia de carga desconocida normalizada respecto a la impedancia característica de la guía.

Cuando la guía se termina por una carga adaptada, se observa que la expresión del campo eléctrico asociado a la onda que se propaga por la guía en el modo fundamental, tiene la siguiente expresión:

$$\vec{E} = E_0 \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) e^{-j\beta_g z} e^{j\omega t} \hat{y} \quad \text{siendo } a \text{ la anchura de la guía.}$$

Calcule:

- Porcentaje de potencia que atraviesa la sección sombreada de la figura 1 en comparación con la potencia total que atraviesa la guía.
- Densidad superficial de corriente que se induce en la pared superior de la guía  $y = b$
- Corriente que atraviesa la línea recta  $C$  que une los puntos  $(0, b, \lambda_g)$   $(a, b, \lambda_g)$  en la figura 2



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

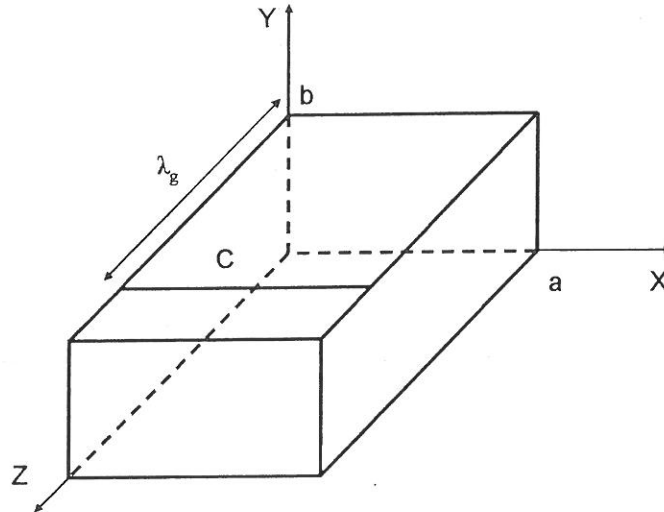


Figura 2

Si la guía se rellena por un dieléctrico con  $\epsilon_r = 4$ ,  $\tan\delta = 0.001$ , calcule:

- g) Frecuencia de corte de los cuatro primeros modos.
- h) Constante de atenuación en dB/m para una onda que se propaga por la guía en el modo fundamental a una frecuencia 1.2 veces superior a la frecuencia de corte del modo fundamental.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Ahora la guía ya está adaptada.

$$d) P_{T_{TE_{10}}} = \frac{|E_0|^2 \cdot a \cdot b}{4 \cdot Z_{TE_{10}}} = \frac{|E_0|^2 \cdot 0.015 \cdot 0.01}{4 \cdot \frac{120 \pi}{\sqrt{1 - \left(\frac{10}{12.5}\right)^2}}} = 5.968 \cdot 10^{-8} |E_0|^2 \quad ; (\omega)$$

Calculamos el campo  $\vec{H}$  asociado al campo  $\vec{E}$  dado:

$$\vec{H} = \frac{\nabla \times \vec{E}}{-j\omega\mu_0} = \frac{j}{\omega\mu_0} \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & E_y & 0 \end{vmatrix} = \frac{j}{\omega\mu_0} \left[ \frac{\partial E_y}{\partial z} \hat{x} + \frac{\partial E_y}{\partial x} \hat{z} \right]$$

$$= \frac{j}{\omega\mu_0} \left[ j\beta y \cdot E_0 \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot e^{-j\beta z} \cdot e^{j\omega t} \hat{x} + E_0 \cdot \frac{\pi}{a} \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot e^{-j\beta z} \cdot e^{j\omega t} \hat{z} \right]$$

$$P_{T_{TE_{10}}} (0 \leq x \leq \frac{a}{4}) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \iint_S (\vec{E}_t \times \vec{H}_t^*) \cdot d\vec{S}_t =$$

$$= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{y=0}^b \int_{x=0}^{\frac{a}{4}} |E_0|^2 \cdot \cos^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot \frac{\beta y}{\omega\mu_0} \cdot \hat{z} \cdot dx \cdot dy \cdot \hat{z} = \frac{|E_0|^2 \cdot \beta y \cdot b}{2 \cdot \omega\mu_0} \int_0^{\frac{a}{4}} \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \right] dx =$$

$$= \frac{|E_0|^2 \cdot 2\pi \cdot b}{\lambda g \cdot 2 \cdot 2\pi \cdot f_c \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} \cdot \frac{1}{2} \left[ \frac{a}{4} - \frac{a}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \right]_0^{\frac{a}{4}} =$$

$$= \frac{|E_0|^2 \cdot b \cdot 10^7}{\lambda g \cdot 2 \cdot f_c \cdot 4\pi} \cdot \frac{1}{2} \left[ \frac{a}{4} - \frac{a}{2\pi} \right] = \frac{|E_0|^2 \cdot 0.01 \cdot 10^7 \cdot 0.015 \cdot 0.09}{40 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 125 \cdot 10^3 \cdot 4\pi \cdot 2} = \frac{|E_0|^2 \cdot 5.422 \cdot 10^{-9} \omega}{59.68 \cdot 10^{-8}}$$

$$\frac{5.422 \cdot 10^{-9}}{5.968 \cdot 10^{-8}} = 0.09 \approx 9\%$$

$$e) \vec{J}_s(y=b) = \hat{y} \times [\vec{H}(y=b^+) - \vec{H}(y=b^-)] = \left\{ \vec{H} = \left[ \frac{-\beta y E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)}{\omega\mu_0} \hat{x} + \frac{j E_0 \pi}{\omega\mu_0 a} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \hat{z} \right] e^{-j\beta z} e^{j\omega t} \right\}$$

$$= \frac{-\beta y E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \hat{z} - j\beta y E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \hat{x}}{\omega\mu_0 a} \cdot \hat{y} \cdot e^{-j\beta z} e^{j\omega t} \quad (A/m)$$

f) La corriente sólo es por  $\vec{J}_s(y=b) \hat{z}$ :

$$\vec{I} = \int_{x=0}^a \int_{z=0}^L \vec{J}_s(y=b) \hat{z} \cdot d\vec{l} = \int_0^a \frac{-\beta y E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \hat{z}}{\omega\mu_0 a} \cdot e^{-j\beta z} e^{j\omega t} \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx = \frac{\beta y E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \hat{z}}{\omega\mu_0 a} \cdot \frac{a}{\pi} \left[ -\cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \right]_{x=0}^a = \frac{\beta y E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \hat{z}}{\omega\mu_0 a} \cdot \frac{a}{\pi} \left[ -\cos(\pi) + \cos(0) \right] = \frac{\beta y E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \hat{z}}{\omega\mu_0 a} \cdot \frac{a}{\pi} \cdot 2 = \frac{2\beta y E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \hat{z}}{\omega\mu_0 a}$$

modo.

SUPONEMOS QUE LA GUÍA ESTÁ VACÍA.

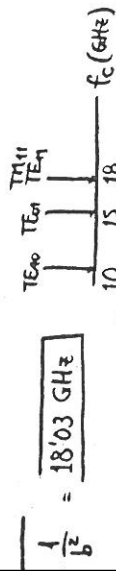
medimos:

$$= 0.04 = \frac{G}{\sqrt{f_t^2 - f_c^2}} \Rightarrow$$

10 GHz

$$\frac{G}{a} \Rightarrow \left[ a = \frac{G}{2 \cdot 10^{10}} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^{10}} = 15 \text{ mm} \right]$$

$$\text{del resonador: } 15 \text{ GHz} = \frac{G}{2b} \Rightarrow \left[ b = \frac{G}{2 \cdot 15 \cdot 10^9} = 10 \text{ mm} \right]$$

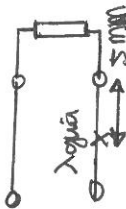


$$\frac{P_{\text{max}}}{P_{\text{min}}} = \text{POE} \Rightarrow \left[ \text{POE} = 2.818 \right]$$

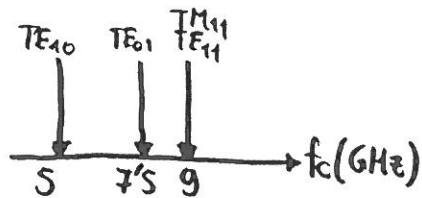
Trasformamos esta  $|P| = \text{cte}$  en la carta.

éxito más cercano a  $\vec{z}_L$  está a  $S_{\text{min}} = \frac{\lambda}{8}$ ,

el mínimo  $\frac{\lambda}{8}$  hacia carga obtenemos  $\vec{z}_L$ :



g) Las mismas divididas entre 2.  $\Rightarrow$



h)

$$\alpha_d = \frac{1}{2} \beta_0 \cdot \frac{\tan \delta}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f_t}\right)^2}} = \frac{1}{2} 2\pi \cdot 12 \cdot 5 \cdot 10^9 \cdot \frac{\sqrt{4}}{c_0} \cdot \frac{0'001}{\sqrt{1 - \left(\frac{4}{12}\right)^2}} = 0'2273 \text{ Np/m}$$

$$\alpha_d \left(\frac{\text{dB}}{\text{m}}\right) = 1'9778 \text{ dB/m}$$

Al denominador en guión, se desnormaliza multiplicando la impedancia característica del modo

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

**PROBLEMA 2 (5 puntos) (ENERO 2012)**

Cuando se envía señal en la dirección del eje  $z$  a través de una guía rectangular de dimensiones óptimas en el modo fundamental, terminada por una carga en  $z = 0$ , se observa que el campo eléctrico tiene la siguiente expresión temporal:

$$\vec{E} = 20 \cos\left(\frac{2\pi z}{37,5}\right) \sin\left(\frac{\pi x}{25}\right) \cos(\omega t) \hat{y} \quad (V/m)$$

Donde  $x, z$  están expresados en mm, siendo  $z$  la distancia a la carga.

Determine:

- a) La expresión temporal del campo magnético en el interior de la guía
- b) Frecuencia de corte del modo fundamental
- c) Frecuencia de trabajo
- d) Potencia media que se propaga por la guía
- e) La expresión temporal del campo eléctrico asociado a la onda incidente
- f) Potencia media asociada a la onda incidente
- g) Amplitud del campo eléctrico en un máximo y en un mínimo
- h) Impedancia y coeficiente de reflexión de la carga
- i) Impedancia y coeficiente de reflexión a una distancia de 9,37 mm de la carga
- j) Potencia media disipada en la carga

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the word 'Cartagena'. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, dark blue font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white arrow pointing to the left, creating a sense of motion or direction.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Enoo 2012

a)  $\vec{d} \cdot \vec{H}(t)?$

b)  $f_{c10} = \frac{c}{2a} = \frac{3 \cdot 10^{11}}{2 \cdot 25} = 6 \text{ GHz}$

c)  $\lambda_{g10} = 37,5 \text{ mm} = \frac{c_0}{\sqrt{f_{c10}^2 - f_c^2}}$

\* En ondas estacionarias no se disipa potencia.

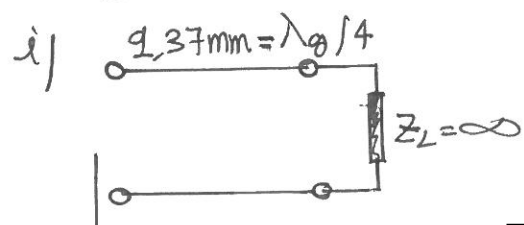
d)  $\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}(\vec{E} \times \vec{H}) = 0 \text{ (W)}$

e)  $\vec{E}_{inc}(t) = E_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos(\omega t - \beta_{g10} z) \hat{y}$   
 $\downarrow$   
 $E_0 = 10 \text{ Vm}^{-1}$  (\*\*\*\*)

f)  $P_{PTE10} = \frac{E_0^2 \cdot a \cdot b}{4 \cdot Z_{TE10}}$

g)  $E_{max\_TOTAL} = \rightarrow \text{[diagrama de onda estacionaria]} \rightarrow 20 \sin\left(\frac{\pi x}{25}\right) \cos(\omega t) \text{ si } \cos\left(\frac{\beta z}{37,5}\right) = 1 \rightarrow E_{max\_TOTAL} = 20 \text{ Vm}^{-1}$   
 $E_{min\_TOTAL} = \rightarrow \text{[diagrama de onda estacionaria]} \rightarrow \text{si } \cos\left(\frac{\beta z}{37,5}\right) = 0$

h)  $Z_L = \infty$   
 $\beta L = +1$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

disipada  $Z \neq 0$  ya que  $Z_L = \infty$

The logo for Cartagena99 features the word "Cartagena99" in a stylized, dark blue font. The "99" is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white arrow pointing to the left, creating a sense of motion or direction.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

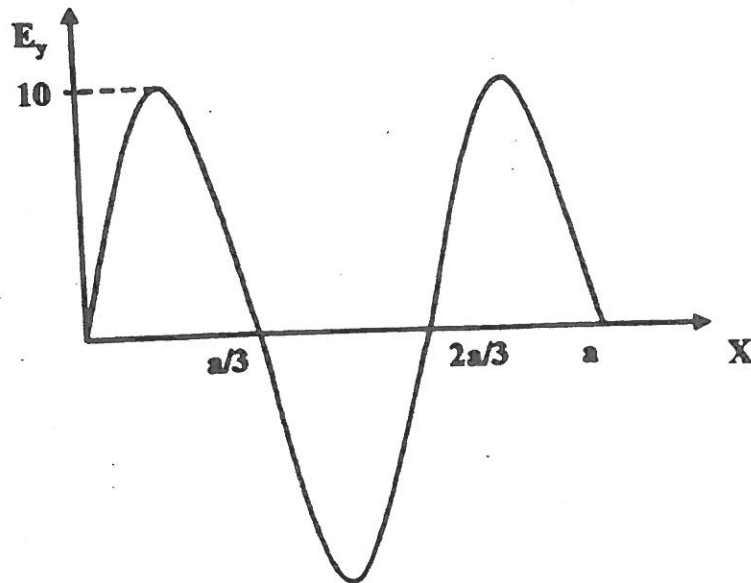
**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



Febrero 2000

PROBLEMA 5. (4 Ptos)

Por una guía rectangular de dimensiones óptimas se propaga en la dirección del eje  $z$  a la frecuencia de 18 GHz un modo cuya longitud de onda en el interior de la guía es  $\lambda_z = 30.15$  mm. Se conoce que las componentes  $E_x$ ,  $E_z$  del campo eléctrico asociado a este modo son nulas. La componente  $E_y$  del campo eléctrico no tiene variación en el eje  $y$ , teniendo la siguiente variación en el eje  $x$ , donde  $a$  es la anchura de la guía:



Determine:

- 1.- Expresión matemática de  $E_y$ .
- 2.- Campo magnético asociado a este modo.
- 3.- De qué modo se trata.
- 4.- Dimensiones de la guía.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

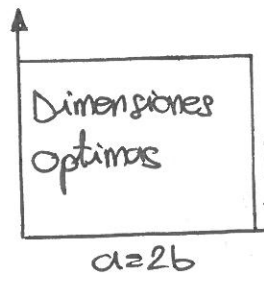
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, dark blue font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white arrow pointing to the left, creating a sense of motion or direction.

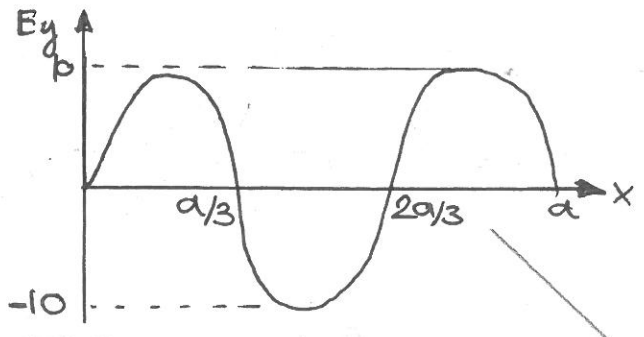
**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



$f_T = 18 \text{ GHz}$   
 $\lambda_g = 30,15 \text{ mm}$  (TE<sub>mn</sub>)  
 $E_x = 0 = E_z$   
 $E_y$  no depende de  $y$



¿ $E_y$ ?

Observamos que es una función seno con amplitud  $10 \text{ Vm}^{-1}$ .  
 Como se trata de un campo eléctrico que se propaga por una guía, su variación con la coordenada  $x$  es con  $\sin(\frac{m\pi x}{a})$  o  $\cos(\frac{m\pi x}{a})$

Así pues:

$E_y = 10 \sin(\frac{m\pi x}{a})$   $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

Corta 3 veces en cero en un mismo periodo

Observamos que debe ser  $m = 3$

$E_y = 10 \sin(\frac{3\pi x}{a}) \text{ Vm}^{-1} \rightarrow \vec{E} = 10 \sin(\frac{3\pi x}{a}) e^{-j\beta_g z} \hat{y} \text{ Vm}^{-1}$   
 $E_x = E_z = 0$

¿ $\vec{H}$ ?

Por la ecuación de Maxwell:  $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -j\omega \vec{B} = -j\omega \mu_0 \vec{H}$   
 Para campos armónicos

$$\vec{f} = \frac{\nabla \times \vec{E}}{-j\omega \mu_0} = \frac{j}{\omega \mu_0} \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & E_y & 0 \end{vmatrix} = \frac{j}{\omega \mu_0} \left[ -\frac{\partial E_y}{\partial z} \hat{x} + \frac{\partial E_y}{\partial x} \hat{z} \right] =$$

$$= \frac{j}{\omega \mu_0} \left[ j\beta_g \cdot 10 \sin(\frac{3\pi x}{a}) e^{-j\beta_g z} \hat{x} + \frac{3\pi}{a} \cdot 10 \cos(\frac{3\pi x}{a}) e^{-j\beta_g z} \hat{z} \right] \text{ Am}^{-1}$$

siendo  $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 18 \cdot 10^9 \text{ rad s}^{-1}$   
 $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$   
 $\beta_g = \frac{2\pi}{\lambda_g} = \frac{2\pi}{30,15 \cdot 10^{-3}} \text{ rad m}^{-1}$

\* Para aplicar Maxwell hoy que corra totalmente nuestro campo



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



4]  $a=2b \rightarrow$  Guía de dimensiones óptimas.

$$\lambda_g = 30,15 \text{ mm} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - (f_c/f_T)^2}} = \frac{c_0}{\sqrt{1 - (f_c/f_T)^2}} = \frac{c_0}{\sqrt{f_T^2 - f_{c30}^2}} = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{(18 \cdot 10^9)^2 - f_{c30}^2}}$$

$$f_c = \frac{c_0}{2\sqrt{ab}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} \rightarrow f_{c30} = \frac{c_0}{2\sqrt{ab}} \sqrt{\left(\frac{3}{a}\right)^2} = \frac{c_0 \cdot 3}{2\sqrt{ab} \cdot a} = \frac{c_0 \cdot 3}{2a}$$

$$\lambda_g = \frac{c_0}{\sqrt{f_T^2 - f_{c30}^2}} ; \sqrt{f_T^2 - f_{c30}^2} = \frac{c_0}{\lambda_g} ; f_T^2 - f_{c30}^2 = \left(\frac{c_0}{\lambda_g}\right)^2 ; f_{c30}^2 = f_T^2 - \left(\frac{c_0}{\lambda_g}\right)^2$$

$$f_{c30} = \sqrt{f_T^2 - \left(\frac{c_0}{\lambda_g}\right)^2} ; \frac{c_0 \cdot 3}{2a} = \sqrt{f_T^2 - \left(\frac{c_0}{\lambda_g}\right)^2} ; a = \frac{c_0 \cdot 3}{2\sqrt{f_T^2 - (c_0/\lambda_g)^2}}$$

$$a = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 3}{2\sqrt{(18 \cdot 10^9)^2 - (3 \cdot 10^8 / 30,15 \cdot 10^{-3})^2}} \approx 3 \text{ cm} \rightarrow b = \frac{a}{2} \approx 1,5 \text{ cm}$$

\*Notas del Ejercicio

En la gráfica veras 3 pases por cero en un mismo periodo  $\rightarrow m=3$ .

Al aplicar Maxwell, cancela campo entero, no componentes

En ecuaciones armónicas:  $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = j\omega \vec{E}$

x siempre va con a (m) y siempre va con b (n).

Guía rectangular óptima:  $a=2b$

Sabemos que el modo es  $TE_{mn}$  porque  $\vec{E}$  no tiene componente en la dirección de propagación de la onda  $\rightarrow E_z = 0 ; H_z \neq 0$

"Como ningún campo depende de la coordenada y"  $\rightarrow n=0$

Al terminar de calcular  $\vec{H}$  por Maxwell, dejar indicados el valor y unidades de todos los términos de la ecuación.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE**  
**LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS**  
**CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70**



PROBLEMA 2 (4 puntos)

Diciembre 2002

El campo eléctrico asociado a una onda electromagnética que se propaga por el interior de una guía rectangular de dimensiones  $a = 2.25b$ , en el modo fundamental tiene la siguiente expresión:

$$\vec{E} = E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \exp(-j\beta_g z) \exp(j\omega t) \hat{y}$$

donde

$$E_0 = 10 \text{ Vm}^{-1}$$

$$\beta_g = 158.27 \text{ m}^{-1}$$

$$\omega = 2\pi \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$$

Calcule:

- Dimensiones de la guía y frecuencia de corte del modo fundamental.
- Rango de frecuencias en las que hay propagación en un único modo.
- Campo magnético asociado.
- Potencia que se propaga por la guía.
- Longitud de una guía que tuviera la mitad de la anchura de la guía del enunciado para que el modo fundamental propagándose por ella se atenúe 100 dB.

Handwritten notes:

- Campos armónicos  $\rightarrow \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = -\text{rot} \vec{A}$
- Expresar todos los valores y unidades en Maxwell.
- Al calcular la potencia, las exponenciales de  $\vec{E}$  y  $\vec{H}$  se cancelan entre sí.
- Cuidado con los signos de la integral.
- Cambio de unidades  $\rightarrow \text{dB} = 10 \log_{10} \left( \frac{P_2}{P_1} \right) = 10 \log_{10} \left( \frac{I_2^2 R}{I_1^2 R} \right) = 20 \log_{10} \left( \frac{I_2}{I_1} \right)$
- $At \text{ (dB)} = At \propto (N \text{ pm}^{-1}) \cdot \text{longitud (m)} \cdot 8.7 \text{ dB Np}^{-1}$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, dark blue font with a slight shadow. The text is positioned above a horizontal orange bar that tapers at both ends. Behind the text and bar is a light blue, abstract shape resembling a stylized arrow or a splash.

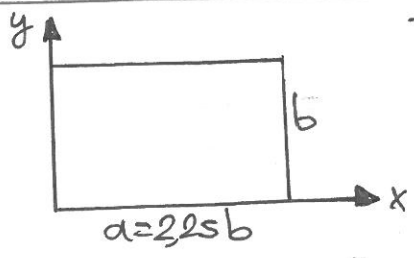
**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



Diciembre 2004. Problema 2



$$\vec{E} = E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\beta_g z} e^{j\omega t} \hat{y}$$

Modo fundamental  $\rightarrow$  TE<sub>10</sub> (a > b)  
 $E_0 = 10 \text{ Vm}^{-1}$   
 $\beta_g = 158,27 \text{ m}^{-1}$   
 $\omega = 2\pi \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1} \rightarrow f_T = 10^{10} \text{ Hz}$

(Como no nos dicen nada  $\rightarrow \epsilon_r = 1$ ).

Sabemos que  $\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - (f_c/f_T)^2}} = \frac{c_0}{\sqrt{f_T^2 - f_c^2}}$ ;  $\lambda_g \sqrt{f_T^2 - f_c^2} = c_0$ ;  $f_T^2 - f_c^2 = \left(\frac{c_0}{\lambda_g}\right)^2$

$f_c^2 = f_T^2 - \left(\frac{c_0}{\lambda_g}\right)^2$ ;  $f_c = \sqrt{f_T^2 - \left(\frac{c_0}{\lambda_g}\right)^2} = \sqrt{(10^{10})^2 - \left(\frac{3 \cdot 10^8}{2\pi/158,27}\right)^2} \approx 6,52 \text{ GHz}$ .

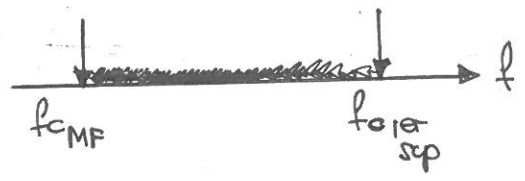
$f_T = 10 \text{ GHz} > f_{c_{MF}} = 6,52 \text{ GHz} \rightarrow$  el modo se propaga

Como  $a > b$  el modo fundamental es el TE<sub>10</sub> por tanto:  $f_c = \frac{c_0}{2\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$

$f_{c_{TE_{10}}} = \frac{c_0}{2\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \cdot a} = f_{c_{MF}} = 6,52 \text{ GHz} \rightarrow \frac{c_0}{2\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \cdot a} = f_{c_{MF}} ; a = \frac{c_0}{2\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \cdot f_{c_{MF}}}$

$\lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 6,52 \cdot 10^9} = \frac{15}{652} \text{ m} \approx 23 \text{ mm} \rightarrow b = \frac{a}{2,25} \approx 10,2 \text{ mm}$ .

El modo que sigue al fundamental:



$f_{c_{TE_{20}}} = 2 \cdot f_{c_{TE_{10}}} = 2 \cdot 6,52 \text{ GHz} = 13,04 \text{ GHz}$

$f_{c_{TE_{01}}} = \frac{c_0}{2\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \cdot b} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10,2 \cdot 10^{-3}} = 1,47 \cdot 10^{10} \text{ Hz} = 14,7 \text{ GHz}$

\* Diciérobos así, no indicar el corchete  $\rightarrow$  preguntar en examen  $(6,52 \text{ GHz}, 13,04 \text{ GHz}]$

El rango monomodo es de  $6,52 \text{ GHz}$  a  $13,04 \text{ GHz}$

Sabemos por la ecuación por la ecuación de Maxwell-



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$= \frac{-\beta_g}{\omega \mu_0} E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \hat{x} e^{-j\beta_g z} e^{j\omega t} + \frac{j}{\omega \mu_0} \frac{\pi}{a} E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \hat{z} e^{-j\beta_g z} e^{j\omega t} \text{ Am}^{-1}$$

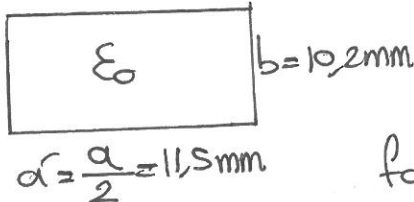
siendo:  $E_0 = 10 \text{ Vm}^{-1}$ ;  $\omega = 2\pi \cdot 10^8 \text{ rad s}^{-1}$ ;  $\beta_g = 158,27 \text{ rad m}^{-1}$ ;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$ ;  $a = 23 \text{ mm}$

1ª forma  $P_T = \frac{1}{2} \text{Re} \iint_{St} (\vec{E}_T \times \vec{H}_T^*) \cdot d\vec{S}_T = \frac{1}{2} \int_{y=0}^b \int_{x=0}^a \frac{\beta_g}{\omega \mu_0} E_0^2 \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) \hat{z} \cdot \hat{z} dx dy =$   
 Exponenciales de  $\vec{E}_T$  y  $\vec{H}_T^*$  se anulan mutuamente.  
 cuidado con los límites de la integral, no siempre da 1.

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\beta_g}{\omega \mu_0} E_0^2 b \int_{x=0}^a \frac{1 - \cos\left(\frac{2\pi}{a} x\right)}{2} dx = \frac{\beta_g \cdot E_0^2 \cdot b \cdot a}{4 \omega \mu_0} = \frac{158,27 \cdot 10^2 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 23 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 2\pi \cdot 10^8 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} \approx 11,78 \mu\text{W}$$

2ª forma  $P_{TE_{10}} = \frac{|E_{0y}|^2 \cdot a \cdot b}{4 \cdot Z_{TE_{10}}} = \frac{|E_{0y}|^2 \cdot a \cdot b \sqrt{1 - (f_c/f_T)^2}}{4 \cdot \eta} = \frac{100 \cdot 225 (102 \cdot 10^{-3})^2 \sqrt{1 - (6,52/10)^2}}{4 \cdot 120\pi} \approx 11,78 \mu\text{W}$

$Z_{TE_{10}} = \frac{\eta}{\sqrt{1 - (f_c/f_T)^2}}$ ;  $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi \Omega$

3]   $b = 10,2 \text{ mm}$   
 $a = \frac{a}{2} = 11,5 \text{ mm}$   
 Sigue siendo  $a > b$  y por tanto el modo fundamental sigue siendo el  $TE_{10}$ , pero su nueva  $f_c$  es:  
 $f_{c,TE_{10}} = \frac{c_0}{2a} = 13,04 \text{ GHz} > f_T = 10 \text{ GHz} \rightarrow$  el modo estáal corte.

$\delta_{TE_{10}} \Big|_{f=10 \text{ GHz}} = \alpha_{TE_{10}} = \sqrt{k_c^2 - k^2} = \sqrt{(\omega \sqrt{\mu \epsilon})^2 - (\omega \sqrt{\mu \epsilon})^2} = 2\pi \sqrt{\mu \epsilon} \sqrt{f_c^2 - f_T^2} =$

$$= \frac{2\pi}{c_0} \sqrt{f_c^2 - f_T^2} = \frac{2\pi}{3 \cdot 10^8} \sqrt{(13,04 \cdot 10^9)^2 - (10 \cdot 10^9)^2} = 175,281 \text{ Npm}^{-1}$$

$A_t(\text{dB}) = 100 \text{ dB}$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ...  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



$$\vec{E} = E_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot e^{-j\beta_g z} \cdot e^{j\omega t} \cdot \hat{y}$$

$$E_0 = 10 \text{ V/m}$$

$$\beta_{g_{10}} = 158'27 \text{ m}^{-1}$$

$$\omega = 2\pi \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$$

$$a = 2'25 \cdot b$$

Modo fundamental.

Si  $a > b \rightarrow$  modo fundamental  $TE_{10}$  (SEGURO!)

COPY 2. 1.5 teoría

a) Como  $\omega = 2\pi \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1} \Rightarrow f_T = 10^{10} \text{ Hz}$

Como  $\beta_g = \frac{2\pi}{\lambda_g} = 158'27 \text{ m}^{-1} \Rightarrow \lambda_g = 0'0397 \text{ (m)}$

Suponiendo guía vacía:  $\mu_r = 1$   
 $\epsilon_r = 1$   
no es la del vacío, es  $c_0$   
 $\lambda_0 = \frac{c_0}{f_T \sqrt{\mu_r \epsilon_r}} = \frac{c_0}{\sqrt{f_T^2 - f_c^2}} \text{ (m)}$

Como el campo eléctrico sólo tiene componente en  $\hat{y}$  se trata de un modo TE, y como  $a > b$  el modo fundamental es el  $TE_{10}$ , por tanto,

suponiendo que en la guía  $\mu_r = 1 = \epsilon_r$  tenemos que:

$$f_c = f_{c_{TE_{10}}} = \frac{c_0}{2a \sqrt{\mu_r \epsilon_r}} \Rightarrow \lambda_g = 0'0397 \text{ (m)} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{\sqrt{(10^{10})^2 - \left(\frac{3 \cdot 10^8}{2a}\right)^2}} \text{ (m)}$$

Operando obtenemos:

$$a = 0'023 \text{ m} = \boxed{23 \text{ mm}} \quad b = 10'2 \text{ mm}$$

$$f_{c_{TE_{10}}} = \frac{c_0}{2a} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 0'023} = \boxed{6'52 \text{ GHz}}$$

Recorrido de frec. - cuales que hay prop. de un único modo

2.75  $f_{c_{TE_{10}}}$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



$$R_{\text{min}} = 6,526 \text{ GHz}$$

$$\text{bande } 6,52 \text{ a } 13,05 \text{ GHz}$$



c) *Campo magnético asociado.*  
 Sabemos por las ecs de Maxwell que :

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{\nabla \times \vec{E}(\vec{r})}{-j\omega\mu_0} = \frac{j}{2\pi \cdot 10^{10} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} \left( \frac{\partial E_y}{\partial x} \hat{z} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \hat{x} \right) =$$

$$= \frac{j \cdot e^{-j\beta_g z} \cdot e^{j\omega t}}{2\pi \cdot 10^{10} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} \left[ E_0 \cdot \frac{\pi}{a} \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot \hat{z} + E_0 \cdot \cancel{\sin\left(\frac{\pi x}{a}\right)} \cdot \underbrace{j\beta_g}_{\text{en } \hat{x}} \cdot \hat{x} \right] =$$

$$= \frac{E_0 \cdot e^{-j\beta_g z} \cdot e^{j\omega t}}{8\pi^2 \cdot 10^3} \left[ \frac{\pi}{a} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \hat{z} - \beta_g \cdot \cancel{\sin\left(\frac{\pi x}{a}\right)} \hat{x} \right], \text{ (A/m)}$$

dicado:  $E_0 = 10 \text{ V/m}$  ;  $\beta_g = 158'27 \text{ m}^{-1}$  ;  $\omega = 2\pi \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$  ;  $a = 0'023 \text{ m}$

Potencia que se propaga por la guía  
 La componente Hz no afecta al ser  $d\vec{S}_t = dS_t \cdot \hat{z}$   
 FORMULA TEORICA XQ ES EL TE10 Y ME PIDEN TODA LA GUIA.  
 $\left[ P_t = \frac{1}{2} \text{Re} \iint_{S_t} (\vec{E}_t \times \vec{H}_t^*) \cdot d\vec{S}_t \right] = \frac{|E_{0y}|^2 \cdot a \cdot b}{4 \cdot Z_{TE10}} = \frac{10^2 \cdot 0'023 \cdot b}{4 \cdot \frac{\eta}{\sqrt{1 - \left(\frac{k_{z,10}}{\beta_r}\right)^2}}} = \frac{120\pi}{\sqrt{1 - \left(\frac{6527}{10}\right)^2}} = 11'782 \mu\text{W}$   
 FA LSO! da mitad

$$= \frac{E_0^2 \cdot \beta_g \cdot \frac{a}{2} \cdot b}{2 \cdot 8\pi^2 \cdot 10^3} = \frac{100 \cdot 158'27 \cdot \frac{(0'023)^2}{2 \cdot 2'25}}{16 \pi^2 \cdot 10^3} = 11'782 \cdot 10^{-6} \text{ W} =$$

$$= \boxed{11'782 \mu\text{W}}$$

e) Si tuviera la mitad de la anchura sería una guía con:  $a' = 11'5 \text{ mm}$   
 $b = 10'2 \text{ mm}$   
 Long de la guía q. hubiese mitad de anchura de la guía del enunciado nq q. modo hnd q. atenua r ella 100db  
 (a > b)

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70







PROBLEMA 1 (4 puntos)

El campo eléctrico asociado a una onda electromagnética que se propaga por el interior de una guía rectangular tiene la siguiente expresión:

$$\vec{E} = E_0 \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{-j\beta_g z} e^{j\omega t} \hat{x}$$

donde:

$y, z$  vienen expresados en metros,  $t$  en segundos

$$E_0 = 10 \text{ V m}^{-1}$$
$$\beta_g = 277,16 \text{ m}^{-1}$$
$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 20 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$$

La altura de la guía es  $b = 0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$ .

La relación que existe entre las frecuencias de corte de los modos  $TE_{22}$  y  $TE_{10}$  es:

$$\frac{f_{c22}}{f_{c10}} = 3,6$$

Determine

- De qué modo se trata
- La expresión del campo magnético asociado a la onda
- La ~~altura~~ de la guía = ANCHURA
- La potencia transmitida
- Qué otros modos se propagan

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## \* Notas del Ejercicio

•  $x$  siempre con  $m$  / y siempre con  $n$ .

•  $f_{CTE_{on}} = f_{CTE_{o1}} \cdot n \rightarrow$  Para hallar el modo

$$f_{CTE_{mo}} = f_{CTE_{o1}} \cdot m$$

En Maxwell, expresar resultados y unidades al final.

• Cuando nos pidan sacar  $\vec{H}$ , mirar si piden la potencia más adelante  
 $\rightarrow$  Apartados relacionados.

• Cuando nos pidan potencia, no sustituir  $a$  y  $b$  en la expresión hasta colubrarla finalmente  $\rightarrow$  se ve mejor la integral.

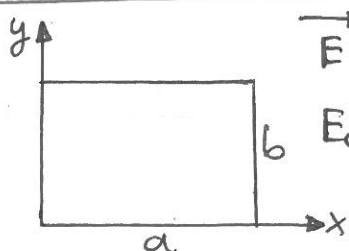
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Junio 2006. Problema 1



$$\vec{E} = E_0 \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{-j\beta_g z} e^{j\omega t} \hat{y}$$

$$E_0 = 10 \text{ V/m}$$

$$\beta_g = 277,16 \text{ m}^{-1}$$

$$\omega = 2\pi \cdot 20 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1} \rightarrow f = 20 \text{ GHz}$$

$$b = 0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

$$\frac{f_{TE_{22}}}{f_{TE_{10}}} = 3,6$$

¿Qué modo es?

Como vemos que  $E_z = 0$ , el modo es  $TE_{mn}$  ( $\vec{E}$  no tiene componente en la dirección de prop.)

La expresión general de la componente  $\hat{y}$  de un modo TE es:

$$E_x = \frac{j\omega\mu}{\beta_c^2} \cdot \frac{n\pi}{b} \cdot H_0 \cdot \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta_g z} e^{j\omega t}$$

$E_0$

Vemos que  $m=0$  ya que la expresión dada no depende de  $x$ .

Por otro lado:

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - (f_0/f_T)^2}} = \frac{c_0}{\sqrt{f_T^2 - f_0^2}} \rightarrow \lambda_g \sqrt{f_T^2 - f_0^2} = c_0; f_T^2 - f_0^2 = \left(\frac{c_0}{\lambda_g}\right)^2; f_0^2 = f_T^2 - \left(\frac{c_0}{\lambda_g}\right)^2$$

$$f_0 = \sqrt{f_T^2 - \left(\frac{c_0}{\lambda_g}\right)^2} = \sqrt{(20 \cdot 10^9)^2 - \left(\frac{3 \cdot 10^8}{(20/277,16)}\right)^2} = 15 \text{ GHz}$$

Las frecuencias de corte de los distintos modos son:  $f_{TE_{mn}} = \frac{c_0}{2\sqrt{\mu_r \epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$

por tanto las frecuencias de corte de los  $TE_{0n}$  son:  $f_{TE_{0n}} = f_{TE_{01}} \cdot n = \frac{c_0}{2b} \cdot n = 15 \text{ GHz}$

$$\frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 0,02} \cdot n = 15 \cdot 10^9; n = \frac{15 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 0,02}{3 \cdot 10^8} = 2 \rightarrow \text{El modo es el } TE_{02}$$

Mediante la ecuación de Maxwell:  $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \rightarrow \vec{H} = \frac{\nabla \times \vec{E}}{-j\omega\mu_0}$

Funciones armónicas

$$\vec{H} = \frac{\nabla \times \vec{E}}{-j\omega\mu_0} = \frac{j}{\omega\mu_0} \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & 0 & 0 \end{vmatrix} = \frac{j}{\omega\mu_0} \left[ \frac{\partial E_x}{\partial z} \hat{y} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \hat{z} \right]$$

$$\vec{H} = \frac{j}{\omega\mu_0} \left[ \frac{\partial}{\partial z} \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta_g z} e^{j\omega t} \hat{y} - \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{n\pi}{b} E_0 \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta_g z} e^{j\omega t} \right] \hat{z} \right]$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



$$c) f_{cTE_{mn}} = \frac{c_0}{2\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$$

$$\frac{f_{cTE_{22}}}{f_{cTE_{10}}} = 3,6 = \frac{2 \cdot \frac{c_0}{2\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{2}{a}\right)^2 + \left(\frac{2}{b}\right)^2}}{\frac{c_0}{2\sqrt{\mu\epsilon}} \cdot \frac{1}{a}} = \sqrt{4 + \left(\frac{2a}{b}\right)^2}; 4 + \left(\frac{2a}{b}\right)^2 = 3,6^2; \frac{2a}{b} = \sqrt{3,6^2 - 4}$$

$$a = \frac{0,02 \cdot \sqrt{3,6^2 - 4}}{2} = 0,03 \text{ m} = 3 \text{ cm}$$

Para ver mejor la forma de la integral, no sustituir b hasta el resultado de la potencia.

$$d) P_T = \frac{1}{2} \iint_{S_T} (\vec{E}_T \times \vec{H}_T^*) \cdot d\vec{S}_T \hat{z} = \frac{1}{2} \text{Re} \int_{y=0}^b \int_{x=0}^a 0,7 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi y}{b}\right) \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot dx dy = \frac{1}{2} \cdot 0,7 a \frac{b}{2} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 0,7 \cdot 3 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{1}{2} = 10,5 \text{ mW}$$

\* Cuando nos piden  $H_z$  vs si piden la potencia despues → Apartados relacionados.

$$e) f_T = 20 \text{ GHz}$$

Para que un modo se propague debe cumplir  $f_T > f_{c \text{ modo}}$

$$f_{cTE_{10}} = \frac{c_0}{2a} = 5 \text{ GHz} \rightarrow \text{si se propaga}$$

$$f_{cTE_{20}} = \frac{c_0}{2a} \cdot 2 = 10 \text{ GHz} \rightarrow "$$

$$f_{cTE_{30}} = \frac{c_0}{2a} \cdot 3 = 15 \text{ GHz} \rightarrow "$$

$$f_{cTE_{40}} = \frac{c_0}{2a} \cdot 4 = 20 \text{ GHz} \rightarrow \text{no se propaga}$$

$$f_{cTE_{01}} = 7,5 \text{ GHz} \text{ si se propaga}$$

$$f_{cTE_{02}} = 15 \text{ GHz} "$$

$$f_{cTE_{03}} = 22,5 \text{ GHz} \rightarrow \text{no se propaga}$$

$$f_{cTE_{11}} = f_{cTM_{11}} = \frac{c_0}{2} \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}} = 2,014 \text{ GHz} \rightarrow \text{si se propaga}$$

Calcular modos en hoja en suab y despacio



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ...  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$f_{cTE_{11}} = f_{cTM_{11}} = 18 \text{ GHz} \rightarrow \text{si se propaga}$$



Septiembre 2005

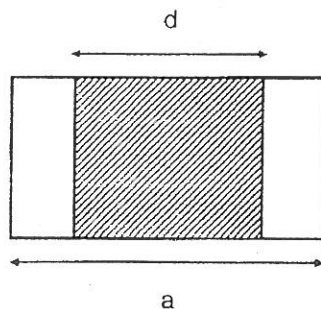
PROBLEMA 3 (3 PUNTOS)

El campo eléctrico asociado a una onda electromagnética que se propaga por el interior de una guía rectangular en el modo fundamental tiene la siguiente expresión:

$$\vec{E} = E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \exp(-j\beta_g z) \exp(j\omega t) \hat{y}$$
$$\beta_g = 102.75 \text{ m}^{-1} \quad \omega = 2\pi \cdot 7 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$$

El segundo modo tiene una frecuencia de corte un 60% superior a la frecuencia de corte del modo fundamental.

- Determine las dimensiones de la guía y las frecuencias de corte de los tres primeros modos
- Determine, respecto de la potencia total que se propaga por la guía, qué porcentaje de potencia se propaga a través de una sección central de la guía de anchura  $d$  en el caso en el que  $d = a/2$ . (Ver figura)



Si no ha podido determinar las dimensiones de la guía, para resolver los siguientes apartados elija los siguientes valores:  $a = 60 \text{ mm}$ ;  $b = 37.5 \text{ mm}$

Si la guía se rellena por un dieléctrico con permitividad eléctrica  $\epsilon_r = 4$  y tangente de pérdidas  $\tan \delta = 0.001$ , determine:

- Rango de frecuencias en los que ocurre propagación en un único modo
- Longitud de la guía para que una onda electromagnética, cuya frecuencia es la central del intervalo calculado en el apartado anterior, se atenúe 10 dB.
- Longitud de la guía para que una onda electromagnética, cuya frecuencia es la mitad de la frecuencia del apartado anterior, se atenúe 30 dB.

\* Nota

Los datos que ellas dan para resolver apartados no han coincidido nunca con las soluciones.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## \*Notas del Ejercicio

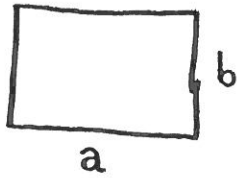
- $a > b \rightarrow$  Modo fundamental  $TE_{10}$
- Modo  $TE_{m0}$  porque no depende de la coordenada  $y$ .

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The text is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right. Below the text is a thick, orange horizontal bar.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



$$\vec{E} = E_0 \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot e^{-j 102'75 z} \cdot e^{j 2\pi \cdot 7 \cdot 10^9 t} \cdot \hat{y}$$

↳ MODO FUNDAMENTAL. (Observamos que es el TE<sub>10</sub> ↔ a > b) porque no depende de la coordenada y.

$$f_{c_{1er\ sup}} = 1'6 \cdot f_{c_{MF}} = 1'6 \cdot f_{c_{TE_{10}}}$$

Suponemos que la guía está vacía.

SOLUCIÓN:

$$a) \lambda_g = \frac{2\pi}{\beta_g} = \frac{2\pi}{102'75} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{c_{TE_{10}}}}{f_r}\right)^2}} = \frac{c_0}{\sqrt{f_r^2 - f_{c_{TE_{10}}}^2}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{\sqrt{(7 \cdot 10^9)^2 - \left(\frac{c_0}{2a}\right)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (7 \cdot 10^9)^2 - \left(\frac{3 \cdot 10^8}{2a}\right)^2 = \left(\frac{3 \cdot 10^8 \cdot 102'75}{2\pi}\right)^2 \Rightarrow \frac{9 \cdot 10^{16}}{4a^2} = 49 \cdot 10^{18} - \frac{9 \cdot 10^{16} \cdot (102'75)^2}{4\pi^2}$$

$$\Rightarrow \frac{9 \cdot 10^{16}}{4a^2} = 2'493 \cdot 10^{19} \Rightarrow \boxed{a = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^{16}}{4 \cdot 2'493 \cdot 10^{19}}} = 0'03 \text{ m} \approx 3 \text{ cm}}$$

Como  $f_{c_{1er\ sup}} = 1'6 \cdot f_{c_{MF}}$  el modo superior debe ser el TE<sub>01</sub>:

$$\frac{c_0}{2b} = 1'6 \cdot \frac{c_0}{2a} \Rightarrow \boxed{b = \frac{a}{1'6} = 1'875 \text{ cm}}$$

$$\boxed{f_{c_{TE_{10}}} = \frac{c_0}{2a} = 5 \text{ GHz}} \quad \text{MODO FUNDAMENTAL}$$

$$\boxed{f_{c_{TE_{01}}} = \frac{c_0}{2b} = 1'6 \cdot f_{c_{TE_{10}}} = 8 \text{ GHz}} \quad \text{1er superior}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

b) la potencia transmitida total es:

$$P_T (TE_{10}) = \frac{|E_{0y}|^2 \cdot a \cdot b}{4 \cdot Z_{TE_{10}}} = \frac{|E_0|^2 \cdot 0'03 \cdot 0'01875}{4 \cdot \frac{\eta}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{cTE_{10}}}{f_r}\right)^2}}} = \frac{|E_0|^2 \cdot 0'03 \cdot 0'01875 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{5}{7}\right)^2}}{4 \cdot 120 \pi} =$$

$$= |E_0|^2 \cdot 2'61 \cdot 10^{-7} \text{ W}$$

Para calcular la potencia que se propaga por un trozo de sección transversal, necesitamos el campo magnético, para lo cual tenemos 2 opciones:

- 1ª forma de calcular el campo magnético total en función de  $E_0$ :

Por teoría sabemos que para el modo  $TE_{10}$ :

Make operativa

$$E_y = -\frac{j\omega\mu}{\beta_{c10}^2} \cdot \frac{\pi}{a} H_0 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot e^{-j\beta_{g10} z} = \left\{ \text{Como } \beta_{c10}^2 = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 \right\} =$$

$$= -\frac{j2\pi f_r \mu_0 \cdot a}{\pi} H_0 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\beta_{g10} z} = E_0 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot e^{-j\beta_{g10} z}$$

Por tanto:

$$-j2f_r \mu_0 \cdot a \cdot H_0 = E_0 \Rightarrow \boxed{H_0 = \frac{E_0}{-j2f_r \mu_0 a} = \frac{jE_0}{2f_r \mu_0 a}}$$

Así pues:

$$H_z = \frac{jE_0}{2f_r \mu_0 \cdot a} \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot e^{-j\beta_{g10} z}$$

$$H_x = \frac{j\beta_{g10} \cdot \frac{\pi}{a}}{\beta_{c10}^2} \cdot \frac{jE_0}{2f_r \mu_0 a} \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot e^{-j\beta_{g10} z} = \left\{ \text{Como } \beta_{c10}^2 = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 \right\} =$$

$$= \frac{-\beta_{g10} \cdot E_0}{2\pi f_r \mu_0} \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot e^{-j\beta_{g10} z} \text{ (A/m)}$$

- 2ª forma de calcular el campo magnético total en función de  $E_0$ :

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$x = \frac{a}{4}$$

Cartagena99



$$= \frac{|E_0|^2 \cdot \beta_{g10} \cdot b}{2 \cdot 2\pi \cdot f_r \cdot \mu_0} \cdot \left[ \frac{1}{2} \left[ \frac{3a}{4} - \frac{a}{4} - \frac{a}{2\pi} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{a} \cdot \frac{3a}{4}\right) + \frac{a}{2\pi} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{a} \cdot \frac{a}{4}\right) \right] \right] =$$

$$= \frac{|E_0|^2 \cdot \beta_{g10} \cdot b \cdot a}{2 \cdot 2\pi \cdot f_r \cdot \mu_0 \cdot 2} \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{2\pi} \cdot \sin\left(\frac{6\pi}{4}\right) + \frac{1}{2\pi} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \right] = \frac{|E_0|^2 \cdot \beta_{g10} \cdot b \cdot a}{2 \cdot 2\pi \cdot f_r \cdot \mu_0 \cdot 2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[ 1 + \frac{1}{\pi} + \frac{1}{\pi} \right] =$$

$$= \frac{|E_0|^2 \cdot 102'75 \cdot 0'01875 \cdot 0'03}{2 \cdot 2\pi \cdot 7 \cdot 10^9 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 2} \left[ 1 + \frac{2}{\pi} \right] = \boxed{|E_0|^2 \cdot 2'14 \cdot 10^{-7}} \text{ (W)}$$

Así pues:

$$\frac{P_r \left( \frac{a}{4} \leq x \leq \frac{3a}{4} \right)}{P_r (TE_{10})} (\%) = \frac{|E_0|^2 \cdot 2'14 \cdot 10^{-7}}{|E_0|^2 \cdot 2'61 \cdot 10^{-7}} \cdot 100 = \boxed{81'97\%}$$

c)  $\epsilon_r = 4$   
 $\text{tg } \delta = 0'001$

$$f'_{cTE_{10}} = \frac{f_{cTE_{10}}}{\sqrt{4}} = 2'5 \text{ GHz} ; f'_{cTE_{01}} = \frac{f_{cTE_{01}}}{\sqrt{4}} = 4 \text{ GHz}$$

Propagación monomodo de 2'5 a 4 GHz.  $\rightarrow$  mejor con pobra para evitar el cachete en el intervalo.

d)  $f_T = \frac{f'_{cTE_{10}} + f'_{cTE_{01}}}{2} = 3'25 \text{ GHz}$

$$A_t \text{ (dB)} = 10 \text{ dB} = \alpha_d \text{ (dB/m)} \cdot 8'68 \text{ (dB/NP)} \cdot \text{long (m)} = \frac{1}{2} \beta_0 \cdot \frac{\text{tg } \delta}{\sqrt{1 - \left(\frac{f'_{cTE_{10}}}{f_r}\right)^2}} \cdot 8'68 \cdot \text{log} \Rightarrow$$

$$10 \cdot 2 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2'5}{3'25}\right)^2} = 1472'28$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$8'68 \cdot \alpha \text{ (dB/m)} = \frac{8'68 \cdot 2\pi \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \sqrt{f_c^2 - f_r^2}}{8'68 \cdot 4\pi \cdot 10^9 \sqrt{2'5^2 - 1'625^2}} = 0'0434 \text{ metros}$$

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, teal-colored font. The text is set against a light blue background that resembles a stylized arrow or a banner pointing to the right. Below the text, there is a horizontal orange bar that also tapers to the right, creating a sense of motion or direction.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Febrero 2006

## PROBLEMA 3 (3 PUNTOS)

Se desea diseñar una guía rectangular con las siguientes características:

- Está rellena de un dieléctrico con constante dieléctrica de valor  $\epsilon_r = 4$ , y tangente de pérdidas  $\tan\delta = 0,001$ .
- Debe funcionar en el modo fundamental con el mayor ancho de banda posible.
- Debe transmitir la máxima potencia posible.
- La frecuencia de trabajo es de 12 GHz, la cual debe coincidir con la frecuencia central del intervalo en el que hay propagación en un único modo.

Determine:

- a) Dimensiones de la guía.
- b) Frecuencia de corte de los cuatro primeros modos.
- c) Valor de la máxima potencia que puede transmitir si la amplitud máxima del campo eléctrico que puede soportar el dieléctrico que ocupa el interior de la guía es de  $1\text{MV/m}$ .
- d) Máxima longitud que puede tener la guía si las pérdidas deben ser inferiores a 3 dB.
- e) Expresión temporal del campo magnético en el interior de la guía para el modo fundamental.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, dark blue font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white arrow pointing to the left, creating a sense of motion or direction.

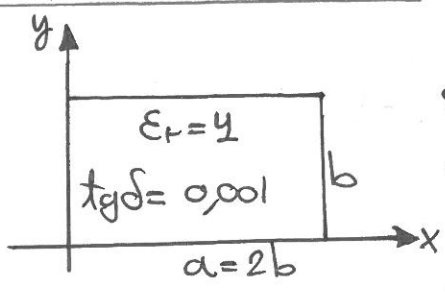
**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



Pillada



- Mayor ancho de banda posible:  $a \geq 2b$
  - Mayor  $P_T$  posible
  - $f_T = 12$  GHz (Centro de la banda monomodal)
- Guía óptima  
 $a = 2b$   
 $TE_{10}$   
 $TE_{01}$   
 $TE_{20}$

1) ¿a y b?

$a = 2b$  (Ecuación 1)

Como  $f_T = 12$  GHz =  $\frac{f_{cMF} + f_{c1\sigma sup}}{2}$  =  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Como } a = 2b \\ f_{cMF} = f_{cTE_{10}} = \frac{c}{2a\sqrt{\epsilon_r}} \\ f_{c1\sigma sup} = f_{cTE_{20}} = f_{cTE_{01}} = \frac{c}{a\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{c}{2b\sqrt{\epsilon_r}} \end{array} \right\} =$

$= \frac{\frac{c}{2a\sqrt{\epsilon_r}} + \frac{c}{a\sqrt{\epsilon_r}}}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{c}{a\sqrt{\epsilon_r}} \rightarrow a = 9,375$  mm  
 $b = 4,6875$  mm

2)  $f_{cTE_{10}} = 8$  GHz

$f_{cTE_{20}} = f_{cTE_{01}} = 16$  GHz

$f_{cTE_{11}} = f_{cTM_{11}} = \frac{c}{2\sqrt{\epsilon_r}} \sqrt{\frac{1^2}{a^2} + \frac{1^2}{b^2}} = 17,88$  GHz

Los cuatro primeros modos son los siguientes cinco:  $TE_{10}$ ,  $TE_{20}/TE_{01}$  y  $TE_{11}/TM_{11}$

3)  $E_{max} = 10^6$  V/m <sup>Campo ruptura</sup>

La expresión general del modo fundamental ( $TE_{10}$ ):

$\vec{E}_{10} = \hat{y} \cdot E_{0y} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\beta_g z} \cdot e^{-\alpha z}$  V/m <sup>incluye pérdidas</sup>



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

...

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Esta potencia será máxima cuando  $|E_{oy}| = E_{máx} = 10^6 \text{ Vm}^{-1}$

$$P_{TE10} = \frac{(10^6)^2 a \cdot b}{4 \eta \sqrt{1 - \left(\frac{fc_{10}}{f_T}\right)^2}} = \left\{ \eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{4\epsilon_0}} = \frac{120\pi}{\sqrt{2}} = 60\pi (\Omega) \right\} = 43,44 \text{ kW}$$

d) Como las pérdidas son por dieléctrico:

$$\alpha_d = \frac{1}{2} B_0 \frac{\text{tg} \delta}{\sqrt{1 - \left(\frac{fc}{f_T}\right)^2}} = \frac{1}{2} \omega_T \sqrt{\mu_0 4\epsilon_0} \frac{\text{tg} \delta}{\sqrt{1 - \left(\frac{8}{12}\right)^2}} = \frac{1}{2} \frac{2\pi f_T}{c} \sqrt{2} \frac{\text{tg} \delta}{\sqrt{1 - \left(\frac{8}{12}\right)^2}} = 0,3372 \text{ Npm}^{-1}$$

$$A_t(\text{dB}) = 3 \text{ dB} = \alpha_d (\text{Npm}^{-1}) \cdot 8,7 \text{ dB/Np} \cdot \text{long}(\text{m}) \rightarrow \text{long}(\text{m}) = 1,024 \text{ m.}$$

e) Por la ecuación de Maxwell-Faraday:  $\nabla \times \vec{E} = -j\omega \mu_0 \vec{H}$

$$\vec{H} = \frac{\nabla \times \vec{E}}{-j\omega \mu_0} = \frac{j}{\omega \mu_0} \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & E_y & 0 \end{vmatrix} = \frac{j}{\omega \mu_0} \left( \frac{-\partial E_y}{\partial z} \hat{x} + \frac{\partial E_y}{\partial x} \hat{z} \right)$$

$$= \frac{j}{\omega \mu_0} \left( +j\beta_{g10} E_{oy} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\beta_{g10} z} \hat{x} + E_{oy} \frac{\pi}{a} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-j\beta_{g10} z} \hat{z} \right)$$

La expresión temporal y considerando las pérdidas en el dieléctrico es:

$$\vec{H}(T,t) = \text{Re}(\vec{H} \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{-\alpha_d z}) = \frac{-\beta_{g10}}{\omega \mu_0} E_{oy} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos(\omega t - \beta_{g10} z) e^{-\alpha_d z} \hat{x}$$

$$\text{CSO!!} \quad - \frac{E_{oy}}{\omega \mu_0} \frac{\pi}{a} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin(\omega t - \beta_{g10} z) e^{-\alpha_d z} \hat{z}$$

Poner en Maxwell  $\vec{E}$  sin pérdidas (No poner  $e^{-\alpha_d z}$ )  $\rightarrow$  se ponen al final.

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{fc_{10}}{f_T}\right)^2}} \frac{2\pi f_T}{c} \sqrt{2} \frac{\text{tg} \delta}{\sqrt{1 - \left(\frac{8}{12}\right)^2}} = 0,3372$$

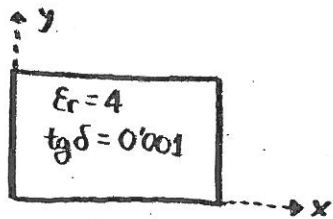
**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE**  
**LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

...

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS**  
**CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70**



**PROB 3 FEB 2006 (Pág 51)**

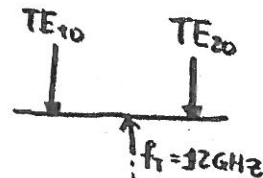


Modo fundamental.

Máyor ancho de banda posible ⇒ a ≥ 2b

Máxima potencia trax posible ⇒ a = 2b

f<sub>T</sub> = 12 GHz ≅ Central del intervalo monomodo.



Dimensiones de guía?

$$a) f_T = 12 \text{ GHz} = \left\{ a = 2b \right\} = \frac{2 f_{cTE10} + f_{cTE20}}{2} = \frac{3}{2} f_{cTE10} = \frac{3}{2} \frac{c_0}{2 \sqrt{4} a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{a = \frac{3 \cdot c_0}{8 \cdot 12 \cdot 10^9} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}}{8 \cdot 12 \cdot 10^9 \text{ 1/s}} = 0.9375 \text{ cm} = 9.375 \text{ mm}}$$

$$\boxed{b = \frac{a}{2} = 4.6875 \text{ mm}}$$

NOTA: Hay otra forma de hacer este apartado porque se sabe que f<sub>cTE10</sub> = 8 GHz.

b)

$$\boxed{f_{cTE10} = \frac{c_0}{2 \sqrt{4} a} = 8 \text{ GHz}}; \quad \boxed{f_{cTE20} = f_{cTE01} = 16 \text{ GHz}};$$

$$\boxed{f_{cTE11} = f_{cTM11} = \frac{c_0}{2 \sqrt{4}} \sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2} = \frac{3 \cdot 10^8}{4} \sqrt{\frac{1}{(0.9375 \cdot 10^{-2})^2} + \frac{1}{(0.46875 \cdot 10^{-2})^2}}$$

$$= \frac{3 \cdot 10^8}{4} \sqrt{11377.7 + 45511.1} = \boxed{17.88 \text{ GHz}}$$

c) En el modo fundamental el campo eléctrico total viene dado por:

$$\vec{E}_{TE10} = \hat{y} E_{0y} \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot e^{-j \beta_0 z} \quad (\text{V/m}) \quad \text{El valor máximo es: } E_{\text{max}} = |E_{0y}| = 10^6 \text{ V/m}$$

CAMPO DE RUPTURA.

La potencia transmitida es:

$$P_T(TE10) = \frac{|E_{0y}|^2}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} = E_{\text{max}}^2 \cdot a \cdot b \cdot 10^{12} \cdot 9.375 \cdot 10^{-3} \cdot 4.6875 \cdot 10^{-3}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

...

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$= \boxed{43.44 \text{ kW}}$$





Maxima long de la guía si pérdidas < 3dB

$$d) \alpha_d = \frac{1}{2} \beta_0 \cdot \frac{\tan \delta}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f_r}\right)^2}} = \frac{1}{2} \omega_r \sqrt{\mu \epsilon} \cdot \frac{\tan \delta}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f_r}\right)^2}} \quad (Np/m)$$

En esta guía para el modo TE<sub>10</sub> tenemos que:

$$\boxed{\alpha_{d_{TE_{10}}} = \frac{1}{2} 2\pi \cdot 12 \cdot 10^9 \cdot \frac{\sqrt{4}}{c_0} \cdot \frac{0'003}{\sqrt{1 - \left(\frac{8}{12}\right)^2}} = \frac{12\pi \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 0'003}{3 \cdot 10^8 \cdot 0'745356} = 0'3372 \text{ Np/m}}$$

$$\alpha_{d_{10}} = \frac{1}{2} \tan \delta \frac{\beta_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{c10}}{f_r}\right)^2}}$$

$$\alpha_{d_{TE_{10}}} \text{ (dB/m)} = 0'3372 \text{ Np/m} \cdot 8'7 \text{ dB/Np} = 2'93 \text{ dB/m}$$

$$\text{Atenuación (dB)} = 2'93 \text{ (dB/m)} \cdot \text{long (m)} < 3 \text{ dB} \Rightarrow \text{long} < 1'024 \text{ m}$$

$$\boxed{\text{long}_{max} = 1'024 \text{ metros}}$$

Expresión temporal de campo magnético en modo TE<sub>10</sub>

e) El campo magnético total del modo fundamental es: [0,0, sin pérdidas en el dieléctrico]

$$\vec{H}_{TE_{10}} = H_x \hat{x} + H_z \hat{z} = \left[ \frac{j\beta_{g_{10}}}{\beta_{c_{10}}^2} \cdot \frac{\pi}{a} H_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \hat{x} + H_0 \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot \hat{z} \right] e^{-j\beta_{g_{10}} z} \quad (A/m) \text{ cuando está en } e^{-\alpha_d z}$$

$$\text{Ricudo: } \beta_{g_{10}} = \frac{2\pi}{\lambda_{g_{10}}} = \frac{2\pi \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f_r}\right)^2}}{\lambda_0} = \frac{2\pi \cdot f_r \sqrt{1 - \left(\frac{8}{12}\right)^2}}{c_0/\sqrt{4}} = \frac{4\pi f_r \sqrt{1 - \left(\frac{8}{12}\right)^2}}{3 \cdot 10^8} = \frac{4\pi \cdot 12 \cdot 10^9 \cdot 0'745356}{3 \cdot 10^8} = \boxed{374'657 \text{ rad/m}}$$

$$\beta_{c_{10}} = \frac{\pi}{a} \text{ (rad/m)}$$

$$\rightarrow \left[ 374'657 \cdot a \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \hat{x} + \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \hat{z} \right] e^{-j\beta_{g_{10}} z} \text{ (A/m)}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA AUDIOVISUAL  
Y COMUNICACIONES

TRANSMISIÓN Y PROPAGACIÓN DE ONDAS II

SEPTIEMBRE 2006



**PROBLEMA 1 ( 3 puntos)**

Se pretende diseñar una guía rectangular con las siguientes características:

- Está rellena de un material de constante dieléctrica relativa  $\epsilon_r = 4$  y tangente de pérdidas  $\tan\delta = 0,001$
- La relación entre la anchura y la altura es  $a/b = 0,8$
- La frecuencia de trabajo es  $f_t = 10$  GHz y coincide con la frecuencia central del intervalo en el que ocurre propagación en un único modo.

Determine:

- Dimensiones de la guía.
- Frecuencia de corte del modo fundamental.
- Modos que se propagarían a una frecuencia  $2f_t$  el doble de la frecuencia de trabajo.
- Constante de atenuación en el modo fundamental a la frecuencia de trabajo  $f_t$ .
- Constante de atenuación en el modo fundamental a una frecuencia  $0,5f_t$  la mitad de la frecuencia de trabajo

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

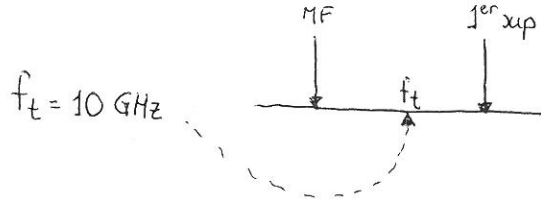
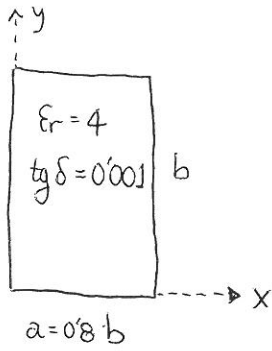
The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, dark blue font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white arrow pointing to the left, creating a sense of motion or direction.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

PROB 1 SEPT 2006 (Pág )



a) Como  $a < b$  el modo fundamental va a ser el  $TE_{01}$ . Para determinar el 1er modo superior:

$$f_{c_{TE_{01}}} = \frac{c_0}{2\sqrt{\epsilon_r} \cdot b}$$

$$f_{c_{TE_{02}}} = \frac{2 \cdot c_0}{2\sqrt{\epsilon_r} \cdot b} = \frac{c_0 \cdot 2}{2\sqrt{\epsilon_r} \cdot b} = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r} \cdot b}$$

$$f_{c_{TE_{10}}} = \frac{c_0}{2\sqrt{\epsilon_r} \cdot a} = \frac{c_0}{2\sqrt{\epsilon_r} \cdot b \cdot 0.8} = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r} \cdot b \cdot 1.6}$$

}  $\Rightarrow f_{c_{TE_{10}}} < f_{c_{TE_{02}}}$

Así pues:

$$\frac{f_{c_{TE_{01}}} + f_{c_{TE_{10}}}}{2} = 10^{10} \text{ Hz} = \frac{c_0}{2\sqrt{\epsilon_r} \cdot b} \left( 1 + \frac{1}{0.8} \right) = \frac{3 \cdot 10^8}{8 \cdot b} (1 + 1.25) = 10^{10} \text{ Hz} \Rightarrow$$

$\Rightarrow b = 8.43 \text{ mm}$

$a = 0.8 \cdot b = 6.75 \text{ mm}$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$f_{c_{TE_{03}}} > 20 \text{ GHz}$  (NO)

$f_{c_{TE_{20}}} = 2 \cdot f_{c_{TE_{10}}} > 20 \text{ GHz}$  (NO)

$= 14.23 \cdot 10^9 \text{ Hz}$  (SI)

$$d) \boxed{\alpha_d} = \frac{1}{2} \beta_0 \cdot \frac{\operatorname{tg} \delta}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f_t}\right)^2}} = \frac{1}{2} 2\pi f_t \cdot \sqrt{\mu_0 4\epsilon_0} \cdot \frac{0'001}{\sqrt{1 - \left(\frac{8'8968}{10}\right)^2}} =$$

$$= \frac{2\pi \cdot 10 \cdot 10^9}{3 \cdot 10^8} \cdot \frac{0'001}{\sqrt{1 - \left(\frac{8'8968}{10}\right)^2}} = \boxed{0'4587 \text{ Np/m}}$$

e) El modo NO se propaga si  $f_{\text{trabajo}} = 0'5 \cdot f_c = 5 \text{ GHz}$ , por falta de atenuación viene dada por:

$$\boxed{\alpha} = \gamma = \sqrt{\frac{\beta_c^2}{k^2} - \frac{\beta_0^2}{k_0^2}} = 2\pi \cdot \sqrt{\mu_0 4\epsilon_0} \cdot \sqrt{f_c^2 - f^2} = \frac{4\pi}{c_0} \cdot \sqrt{(8'8968 \cdot 10^9)^2 - (5 \cdot 10^9)^2} =$$

$$= \boxed{308'247 \text{ Np/m}}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

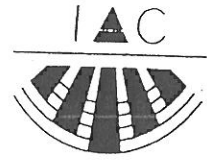
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA AUDIOVISUAL  
Y COMUNICACIONES

TRANSMISIÓN Y PROPAGACIÓN DE ONDAS II

FEBRERO 2007



PROBLEMA 1 (3 puntos)

Por una guía rectangular se propagan de forma simultánea los dos modos de menor frecuencia de corte. El campo eléctrico total viene dado por:

$$\vec{E} = 10 \cdot \text{sen}(52,3598 \cdot x) \cdot e^{-j65,45z} \cdot e^{j\omega t} \hat{y} + 5 \cdot \text{sen}(78,5398 \cdot y) \cdot e^{-j29,22z} \cdot e^{j\omega t} \hat{x} \quad V/m$$

donde  $x$ ,  $y$ ,  $z$  están expresados en metros

Calcule:

- El campo magnético total en el interior de la guía
- Dimensiones de la guía.
- Cuáles son los modos que se están propagando y cuáles son sus frecuencias de corte.
- Frecuencia de trabajo.
- Frecuencia de corte de los tres siguientes modos.
- Potencia transmitida por la guía en el modo fundamental.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, dark blue font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white arrow pointing to the left, creating a sense of motion or direction.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Febrero 2007. Problema 1

x, y, z en metros.

Guía Rectangular; Se propagan los 2 modos de menor fc.

$$\vec{E} = 10 \sin(52,3598\pi x) e^{-j65,45z} e^{j\omega t} \hat{y} + 5 \sin(78,5398\pi y) e^{-j29,22z} e^{j\omega t} \hat{x} \text{ Vm}^{-1}$$

1) Por la ecuación de Maxwell:  $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -j\omega\mu_0 \vec{H} \rightarrow \vec{H} = \frac{\nabla \times \vec{E}}{-j\omega\mu_0}$

$$\vec{H} = \frac{j}{\omega\mu_0} \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & 0 \end{vmatrix} = \frac{j}{\omega\mu_0} \left[ -\frac{\partial E_y}{\partial z} \hat{x} + \frac{\partial E_x}{\partial z} \hat{y} + \left[ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right] \hat{z} \right] =$$

$$= \frac{j}{\omega\mu_0} \left[ j29,22 \cdot 5 \sin(78,5398\pi y) e^{-j65,45z} e^{j\omega t} \hat{x} - j65,45 \cdot 10 \sin(52,3598\pi x) e^{-j29,22z} e^{j\omega t} \hat{y} + \left[ 10 \cdot 52,3598 \cos(52,3598\pi x) e^{-j65,45z} e^{j\omega t} - 5 \cdot 78,5398 \cos(78,5398\pi y) e^{-j29,22z} e^{j\omega t} \right] \hat{z} \right] \text{ Am}^{-1} \text{ con } x, z, y \rightarrow m$$

siendo  $\omega = ?$ ;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$

2) a y b?

Como son los dos modos de menor frecuencia de corte y el primero no depende de la coordenada "y" y  $E_z = 0$ , debe ser un modo  $TE_{m0}$  ( $m=1$  porque es el menor fc).

Análogamente el segundo que no depende de "x" y  $E_z = 0$  - es un  $TE_{0n}$

( $n=1$  porque es el de menor fc).

Identificando con las expresiones generales de los campos:

$$\sin(52,3598\pi x) = \sin\left(\frac{n\pi}{a} x\right) \Big|_{n=1} \rightarrow \frac{\pi}{a} = 52,3598 \rightarrow a = 0,06 \text{ m} = 6 \text{ cm}$$

$$\sin(78,5398\pi y) = \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \Big|_{n=1} \rightarrow \frac{\pi}{b} = 78,5398 \rightarrow b = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm}$$

3) ... a partir de esto se encuentran los  $TE_{10}$  y el  $TE_{01}$ .

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

...

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

e) Los 3 siguientes modos serán  $TE_{20}$ ,  $TE_{02}$  y  $TE_{11}$ .

$$f_{cTE_{20}} = 5 \text{ GHz}; \quad f_{cTE_{02}} = 7,5 \text{ GHz}; \quad f_{cTE_{11}} = f_{cTM_{11}} = \frac{c}{2\sqrt{\epsilon_r}} \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}} = 4,507 \text{ GHz}$$

$$f_{cTE_{21}} = f_{cTM_{21}} = \frac{c_0}{2\sqrt{\epsilon_r}} \sqrt{\frac{2^2}{a^2} + \frac{1}{b^2}} = \frac{3 \cdot 10^8}{2} \sqrt{\frac{4}{0,05^2} + \frac{1}{0,04^2}} = 6,25 \text{ GHz}$$

Así, la frecuencia de corte de los 3 siguientes modos son:

- 4,507 GHz  $\rightarrow$   $TE_{11}$  y  $TM_{11}$
- 5 GHz  $\rightarrow$   $TE_{20}$

$$f) P_{TTE_{10}} = \frac{|E_{0y}|^2 a b}{4 \cdot \eta \sqrt{1 - (f_{c10}/f)^2}} = \frac{10^2 \cdot 0,06 \cdot 0,04}{4 \cdot 120\pi \sqrt{1 - (2,5/4)^2}} = 124,24 \text{ mW}$$

Identificando con la expresión general  $E_{0y} = b \text{ Vm}^{-1}$   $\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi \Omega$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70